7. Интегральные преобразования

Интегральные преобразования используются во многих разделах математики и особенно полезны при решении дифференциальных уравнений. Библиотека inttrans содержит наиболее часто встречающиеся функции. Среди них прямое и обратное преобразование Лапласа и Фурье, а также некоторые другие операции. Выражение, над которым происходит преобразование, может включать в себя полиномы, экспоненты, тригонометрические функции, дельта-функцию Дирака (Dirac(t)), функцию Хевисайда (Heaviside(t)), а также интегралы и производные. Следует заметить, что предусмотрена возможность расширения таблицы интегралов равенствами пользователя. Это достигается с помощью функции addtable.

После подключения библиотеки inttrans командой with(inttrans) становятся доступны следующие функции:

команда	описание
addtable(tname,f(t), F(s),t,s)	Добавление к таблице интегральных преобразований (tname=fourier, invlaplace, ...) собственных равенств
fourier(f(t), t, u)	Преобразование Фурье функции **f(t)** относительно переменной **t**
fouriercos(f(t),t,u)	Тригонометрическое преобразование Фурье по косинусу функции **f(t)** относительно переменной **t**
fouriersin(f(t),t,u)	Тригонометрическое преобразование Фурье по синусу функции **f(t)** относительно переменной **t**
hankel(f(t), t, h)	Преобразование Ханкеля функции **f(t)** относительно переменной **t**
hilbert(f(t), t, h)	Преобразование Гильберта функции **f(t)** относительно переменной **t**
invfourier(f(u), u, t)	Обратное преобразование Фурье функции **f(u)** относительно переменной **u**
invhilbert(f(h), h, t)	Обратное преобразование Гильберта функции **f(h)** относительно переменной **h**
invlaplace(f(s), s, t)	Обратное преобразование Лапласа функции **f(s)** относительно переменной **s**
laplace(f(t), t, s)	Преобразование Лапласа функции **f(t)** относительно переменной **t**
mellin(f(t), t, m)	Преобразование Меллина функции **f(t)** относительно переменной **t**

Для выполнения стандартного преобразования Лапласа над функцией f(t) относительно переменной t используется команда laplace(f(t),t,s), где s - параметр.

```
> laplace(t^3+cos(t)=y(t),t,s);
```

$$\frac{6}{s^4}+\frac{s}{s^2+1}=\mathrm{laplace}(\mathrm{y}(t),t,s)$$

Выполнив обратное преобразование Лапласа, получаем исходный результат.

```
> invlaplace(",s,t);
```

$$t^3+\cos(t)=\mathrm{y}(t)$$

Тригонометрические преобразования Фурье выполняются следующей командой:

```
> fouriercos(1/(t^2+3),t,s);
```

$$\frac{1}{6}\sqrt{2}\,\sqrt{\pi}\,\sqrt{3}\,\mathbf{e}^{(-\sqrt{3}\,s)}$$

```
> fouriersin(f(t),t,s);
```

fouriersin(f(t), t, s)

Из последнего выражения мы видим, что Maple не смог преобразовать функцию f(t), т. к. не нашел соответствующего правила в встроенной таблице интегралов. Мы можем определить сами изображение данной функции и записать его в таблицу Maple.

```
> addtable(fouriersin,f(t),F(s),t,s);
```

Теперь снова выполнив предыдущее преобразование мы видим, что определенное нами правило включено в таблицу и с ним можно выполнять различные операции.

```
> fouriersin(f(x),x,z);
```

F(z)