

3. Основные математические операции

3.1 Операции с формулами

При работе с математическими выражениями практически всегда приходится выполнять множество таких операций, как раскрытие скобок, разложение на множители, приведение подобных членов, которые отнимают массу времени. Maple позволяет сосредоточиться над основными преобразованиями, избегая рутинной работы. Ниже представлены основные команды этого класса.

КОМАНДА	ОПИСАНИЕ
collect(w, x)	Приведение подобных членов в выражении w относительно переменной x
denom(d)	Выделение знаменателя дроби d
expand(w)	Раскрытие скобок выражения w
factor(w)	Факторизация (разложение на множители) выражения w
lhs(ur)	Выделение левой части уравнения ur
normal(w)	Нормализация (сокращение) дроби w
numer(w)	Выделение числителя дроби d
op(i..j, e)	Выделение подвыражения из выражения e
rhs(ur)	Выделение правой части уравнения ur
simplify(w)	Упрощение выражения w
subs(x=t, w)	Подстановка в выражение w вместо выражения x выражение t
subsop(eq1,...,eqN, expr)	Замена некоторого операнда в выражении expr
trigsub(w)	Определение всех тригонометрических эквивалентов выражения w

Начнем с самой распространенной операции - упрощения выражения. Переменной *rex* присвоим некоторую сумму из тригонометрических слагаемых.

```
> rex := cos(x)^3 + sin(x)^4 + 2*cos(x)^4 -
2*sin(x)^4 - cos(2*x) :
```

Далее упростим полученный полином:

> **simplify(rex);**

$$\cos(x)^3 + \cos(x)^4$$

Из приведенного примера видно, что Maple преобразовал выражение rex, подтверждая известные тригонометрические правила. Ниже приведен еще один пример с использованием экспоненты и натурального логарифма.

> **w:=exp(a+ln(c*exp(c^a))); simplify(w);**

$$w := e^{\left(a + \ln\left(c e^{c^a}\right)\right)}$$

$$c e^{c^a + a}$$

Для раскрытия скобок используется команда expand. Далее в примере определим дробь w2 путем деления одного полинома на другой. Отметим, что и в числителе и в знаменателе присутствует общий множитель (x+3).

> **expand((x+3)*(x-y)):expand((x+3)*(x+1)):**

> **w2:=(")/(");**

$$w2 := \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - xy + 3x - 3y}$$

А теперь произведем факторизацию выражения (операцию обратную expand), при этом дробь w2 должна упроститься, т. к. множитель w2 сократится.

> **factor(w2);**

$$\frac{x+1}{x-y}$$

Огромное количество операторов Maple V используется в различных контекстах. Далее приведено описание некоторых самых употребляемых и полезных операторов Maple.

Для выделения подвыражения из целого выражения служит команда *op*:

Формат команды:

$\text{op}(i,e)$, $\text{op}(i..j,e)$, $\text{op}(e)$,

где i,j – положительные целые числа, определяющие позицию операнда в выражении, e – любое выражение.

> $f := [x, y, z]$;

$$f := [x, y, z]$$

> $\text{op}(3, f)$;

z

Для того, чтобы заменить некоторый операнд в выражении, служит команда *subsop*.

Формат команды:

$\text{subsop}(eq1, eq2, \dots, eqN, \text{expr})$,

где eqI – выражение(необязательное) вида: $\langle \text{numI} \rangle = \langle \text{exprI} \rangle$, numI – положительное целое, exprI – выражение, expr – выражение.

Заменим в определенном нами ранее списке $f=[x,y,z]$ третий элемент этого списка на v :

> $\text{subsop}(3=v, f)$;

$$[x, y, v]$$

При выполнении различных математических операций возникает необходимость подставить одно выражение в другое, а также проверить полученное решение путем подстановки его в исходное равенство. Для этого служит команда *subs*.

Формат вызова:

$\text{subs}(s_1, s_2, \dots, s_n, \text{expr})$,

где s_1, \dots – уравнение, или множество, или список из уравнений, expr – любое выражение.

При этом s_1, \dots, s_n подставляются в выражение expr .

Пример:

> $\text{subs}(x=r^{1/3}, 3*x*\ln(x^3))$;

$$3 r^{1/3} \ln(r)$$

Другой пример использования функции *subs* – проверка полученного решения.

> $\text{eqs} := \{2*x*y = 1, x + z = 0, 2*x - 3*z = 2\}$;

$$\text{eqs} := \{2 x y = 1, x + z = 0, 2 x - 3 z = 2\}$$

```
> f:=solve(eqs, {x, y, z});
```

$$f := \left\{ x = \frac{2}{5}, z = \frac{-2}{5}, y = \frac{5}{4} \right\}$$

Проверим, правильно ли мы решили данную систему.

```
> subs(f, eqs);
```

$$\{1 = 1, 2 = 2, 0 = 0\}$$

Очень удобны операторы rhs и lhs для выделения правой и левой частей выражения:

```
> y = a*x^2 + b;
```

$$y = a x^2 + b$$

```
> rhs("");
```

$$a x^2 + b$$

```
> lhs("");
```

$$y$$

Иногда необходимо представить некоторую функцию всеми ее тригонометрическими эквивалентами. Для этих целей в Maple служит функция `trigsubs`. Перед использованием ее необходимо подгрузить командой `readlib`.

```
> readlib(trigsubs);
```

```
> trigsubs(sin(2*a));
```

$$\left[\sin(2 a), \sin(2 a), 2 \sin(a) \cos(a), \frac{1}{\csc(2 a)}, \frac{1}{\csc(2 a)}, 2 \frac{\tan(a)}{1 + \tan(a)^2}, -\frac{1}{2} I \left(e^{(2 I a)} - e^{(-2 I a)} \right) \right]$$