

Применение специализированных компьютерных программ и методов, основанных на нечетких временных рядах, для краткосрочного прогнозирования USD/RUB котировок

Константин Дегтярев

Институт Экспертизы АТН РФ (совм.), г. Москва
электронная почта: mespriv@hotmail.ru

1 Введение

Прогнозирование (или, предсказание) можно рассматривать как одну из тех достаточно развитых когнитивных способностей человека, которые он постоянно стремится использовать в своей повседневной деятельности. Речь в данном случае идет не столько о простом любопытстве и желании заглянуть в будущее, сколько о стремлении получить достаточно надежную информацию для формирования планов действия на ближайшую и более отдаленную перспективу. Благодаря распространению научных знаний, возможностям современной компьютерной техники и появлению специализированных программных средств потенциал обычных субъективных суждений, интуиции и предположительных оценок значительно дополняется и корректируется за счет возможности применения формальных подходов к анализу данных и прогнозированию. С точки зрения подходов к прогнозированию, экономическая наука выделяет две основные совокупности методов (*фундаментальный* и *технический анализ*), нацеленных на решение задач прогнозирования, но предусматривающих разные подходы к их решению – так, применительно к финансовой и экономической сферам, технический анализ можно определить как методику исследования и прогнозирования цен (валютных котировок) посредством анализа графиков развития рынка в предшествующие периоды времени [13,40].

В частности, анализ финансовых временных рядов (*time series*) представляет собой важную составляющую планирования коммерческой деятельности и принятия экономических решений на микро- и макроуровнях. В рамках традиционной эконометрической теории временным рядам отводится особая роль, поскольку их специфика во многом основана на использовании определенных экстраполяционных процедур для прогнозирования будущих значений экономических (финансовых) переменных на основе имеющейся «исторической» информации без детального анализа структуры внутренних причинных связей, характерных для рассматриваемого явления или системы [2]. Уже существующие и разрабатываемые качественные/количественные подходы к прогнозированию ставят своей главной целью максимальное увеличение точности предсказания, однако, традиционные методы не могут оперировать имеющимися в распоряжении историческими данными, которые представлены не в привычном числовом виде, а в вербальной (словесной) или смешанной форме. Нечеткие временные ряды (НВР, *fuzzy time series*) позволяют преодолеть эту проблему [18] – исходная концепция нечетких множеств (НМ, *fuzzy sets*) была впервые изложена Лотфи Заде (*Lotfi A. Zadeh*) в ныне часто цитируемой статье [38]; практически с этого же момента, т.е. с конца 60-х годов прошлого столетия, начинается развитие НМ-аппарата, позволяющего описывать понятия естественного языка (лингвистические конструкции) и присущую им неопределенность.

Прогнозирование относится к числу тех прикладных областей, в которых идея НВР и систематические процедуры, связанные с их использованием и вычислительной обработкой, получили значительное внимание исследователей в течение последних 15-ти лет [17,18,27,28,30,39]. Та-

кой интерес¹ выглядит вполне обоснованным как с точки зрения обеспечения разработанными к настоящему времени подходами хорошего приближения последовательности анализируемых исторических данных и уверенных (точных) прогнозных значений, так и с позиции реально существующей возможности последующего совершенствования и модификации этих методов с ориентацией на более активное использование когнитивных способностей человека и экспертных знаний. К числу таких методов относится и стационарная (*time-invariant*) модель [18,27,30,39], основанная на использовании нечетких временных рядов и имеющая следующее простое формализованное представление²:

$$A_j(t) = A_i(t-1) \circ R_i, \quad (1)$$

где $A_j(t)$ – нечеткое множество, выражающее прогнозное приращение (т.е. изменение значений рассматриваемого процесса) периода t , $A_i(t-1)$ – известное фазифицированное приращение предшествующего ему $(t-1)$ -го периода, $i = \overline{1, n}$ ³, R_i – объединение нечетких отношений вида $A_i \rightarrow A_m$, $m = \overline{1, n}$, определяемых в процессе анализа исходной последовательности значений и выражающих тенденции наблюдаемых изменений при переходе от данного к следующему за ним периоду, а символ \circ обозначает операцию композиции (так называемый ‘max-min’ оператор); не зависящие от времени $R_i = R_i(t, t-1)$ составляют основу НВР модели 1-го порядка. Процесс трансформации нечеткого выхода $A_j(t)$, $t = 2, 3, \dots$, в обычную числовую величину прогнозируемого приращения (этап дефазификации) предусматривает применение смешанной комбинации методов среднего модального значения (*MoM*) и центра тяжести (*CoG*) в зависимости от формы соответствующих результирующих функций принадлежности [27,39].

Несмотря на достаточно несложные матричные вычисления, выполняемые при реализации метода (1), и предложенные к настоящему времени его усовершенствования [18,30], мы выбираем именно эту модель для того, чтобы проанализировать на примере всего лишь одной конкретной задачи прогнозирования валютных котировок USD/RUB⁴ потенциальные возможности подходов, которые не получили пока значительного внимания специалистов. Поскольку многие из разработанных и зарекомендовавших себя количественных (статистических) моделей воплощены в коммерческих и (в меньшей степени) свободно распространяемых программных продуктах, то очевидно, что рутинные бумажные вычисления практически уходят в прошлое, выдвигая на первый план активное задействование компьютерной техники, электронных таблиц и специализированных пакетов. В условиях, когда рынок настойчиво предлагает «умные и делающие все сами» программы, требующие от пользователя только лишь задания исходного набора исторических данных, естественным образом возникают вопросы, подробные ответы на которые явно требуют кропотливого анализа, интенсивной практической работы и внимательного изучения источников разнообразной информации. В частности, среди прочих, можно отметить следующие проблемные моменты:

¹ Используемые здесь ссылки охватывают лишь некоторые из публикаций, посвященных тематике применения нечетких временных рядов (НВР) в задачах прогнозирования – в действительности, список релевантных статей оказывается значительно длиннее, и мы ограничиваемся здесь лишь теми из них, которые имеют прямое отношение к излагаемому материалу.

² В последующем обсуждении рассматриваемой проблемы, для краткости, мы будем использовать названия СНВР-модель или инвариантная по времени (*fuzzy*) модель. С целью сокращения объема статьи подробное описание метода здесь опускается – его поэтапное объяснение может быть найдено в [18,27,30,39].

³ Значение n определяет число задействованных в используемой модели нечетких множеств – в частности, результаты, полученные с помощью СНВР-метода и описанные в данной статье, соответствуют случаю $n=6$.

⁴ Используемые трехбуквенные сокращения соответствуют международному стандарту ISO 4217 представления наименований национальных валют. Например, *USD* обозначает доллар США, *RUB* – рубль России (Российской Федерации); первые две буквы сокращений образуют коды стран (стандарт ISO 3166-1).

1. что собой представляет в настоящее время сегмент коммерческих программ для прогнозирования, однороден ли он, можно ли в нем выделить явных лидеров, какие действительно возможности эти программы предоставляют конечным пользователям (экспертам /аналитикам), удобны ли и гибки они в использовании, каковы формы представления окончательных отчетов (результатов работы приложений)?
2. насколько такие продукты востребованы и доверяют ли (полностью или частично) их пользователи автоматически рассчитанным значениям, доступны ли (в рамках сопровождения программы разработчиками) существенные для понимания особенностей функционирования детали реализации тех или иных методов?
3. каковы возможные перспективы разработки и реализации моделей, ориентированных на использование лингвистических конструкций повседневного языка, приблизительных квалифицированных оценок ситуаций и субъективных категорий описания характерных признаков изучаемого процесса, окажутся ли эти методы достаточно простыми⁵ и «прозрачными» с точки зрения определения их параметров, выполнения предусматриваемых алгоритмами действий и интерпретации получаемых прогнозов, смогут ли они составить достойную конкуренцию традиционным методам прогнозирования (или, образовать некую комплементарную группу прогнозных моделей)?

На примере задачи расчета краткосрочного прогноза (следующий месяц) котировки USD/RUB на основе имеющихся усредненных помесячных данных⁶ обменного курса ЦБ РФ за более, чем 3-х летний отрезок времени, в представленной статье рассматриваются

(а) некоторые особенности компьютерных программ, предназначенных для (автоматического) решения задач прогнозирования; при этом основной акцент делается на известных коммерческих продуктах (среди них, DecisionTime, SPSS, Forecast Pro, DecisionPro и CB Predictor), которые являются наиболее проработанными с точки зрения обеспечиваемой точности вычислений и поддерживаемого множества функциональных возможностей – это обсуждение составляет основу Раздела 2,

(б) общие характеристики исследуемой последовательности числовых значений котировок (временного ряда), применяемые модели прогнозирования и некоторые оценки их точности, сравнительный анализ результатов моделирования, обеспечиваемых упомянутыми выше программами и СНВР-методом (реализация в среде MATLAB) применительно к исходному X и дифференцированному ∇X рядам; помимо этого, в Разделе 3 кратко исследована перспектива возможного совершенствования предложенной модели, основанной на использовании нечетких множеств,

(в) заключительные замечания, подводящие итог проделанной работе (Раздел 4).

2 Программы (автоматического) расчета прогнозов – преимущества, недостатки и замечания общего характера, касающиеся их практического использования

Очевидно, что подавляющее большинство реальных задач, связанных с эконометрическим анализом и обработкой финансовой информации, требует значительных рутинных вычислений и

⁵ Один из основных выводов, сделанных в процессе проведенного соревнования Макридакиса (или, М-соревнования/ M-competition), которое использовало 1001 временной ряд (617 помесячных, 203 поквартальных и 181 годовых наборов числовых значений, по преимуществу из области финансов и экономики) для сравнения 15 основных моделей прогнозирования вместе с их модифицированными вариантами, свидетельствует о том, что «сложные методы, как правило, не обеспечивают более точные прогнозы по сравнению с простыми подходами» [19]. Результаты повторно проведенных в течение достаточно длительного времени проверок на тех же самых и дополнительных последовательностях данных, разработка, реализация и анализ новых моделей, а также исследование поведения не охваченных М-соревнованием методов на заданной совокупности 1001 ряда подтвердили справедливость сделанного вывода. Наборы данных М-соревнования можно найти по адресу <http://www.forecasters.org/data/mcomp/mcomp.htm>.

⁶ В дальнейшем будем называть их также (числовыми) историческими данными.

существенных затрат на проведение как теоретических, так и экспериментальных исследований. Стремление компаний совершенствовать процесс функционирования их R&D подразделений подводит руководителей к необходимости более продуманного планирования бюджета, предусматривающего приобретение не только компьютерной техники, но и достаточно дорогостоящего специализированного программного обеспечения и сопровождающей документации. В частности, это касается и программ для бизнес-прогнозирования, которые являются «быстрыми и эффективными процессорами данных» [32]. Сейчас уже признано практически всеми специалистами, что в настоящее время такие программы, являясь достаточно совершенными и одновременно простыми в использовании, могут ощутимо сократить время проведения экспериментов и оказать существенную помощь в выборе наиболее подходящих для рассматриваемых случаев методов и обеспечении надежных (т.е. приемлемо точных) результатов моделирования⁷. Как отмечено в [26,31,32], практически все из числа наиболее популярных в настоящее время программ поддерживают опции автоматического выбора процедур прогнозирования и полную совместимость с электронными таблицами и некоторыми базами данных, обеспечивая значительную доступность для исследователей так называемых «сложных» методов.

Важной привлекательной чертой программ прогнозирования (особенно это относится к коммерческим продуктам) является постоянное стремление фирм-производителей/академических групп к воплощению в производимом ими программном коде новых результатов научных исследований. В условиях предельно жесткой конкуренции реализация инновационных идей в очередных версиях программ способствует более быстрому, по сравнению с традиционным изложением материала в печатном виде (учебники, техническая документация и пр.) [32], распространению новых знаний в среде специалистов. В то же время, при всех безусловно положительных и явных удобствах программ для прогнозирования, эксперты высказывают и обоснованные предостережения, касающиеся очевидных ограничений и все уменьшающейся по мере появления обновлений «прозрачности» программных пакетов. Естественное желание разработчиков реализовать новые, зачастую патентованные, идеи (методы), «избежать» значительного утяжеления кода за счет включения важных дополнительных свойств, чреватых возможным появлением ощутимых погрешностей и ошибок⁸, существенно автоматизировать процессы выбора модели⁹ и настройки ее параметров¹⁰ без значительного совершенствования интегрированных подсистем объяснений (развернутых отчетов), упрощающих понимание и интерпретацию результатов применяемых вычислительных процедур, приводит к возникновению своего рода психологического «барьера» между внутренними процессами программного продукта и восприятием их пользователем. Этот эффект «черного ящика» наиболее отчетливо проявляется при анализе получаемых значений приближения (*fit values*) и прогнозов, а также при подготовке и обосновании решений, принимаемых на их основе.

В целом, любая серьезная специализированная программа имеет свои сильные и слабые стороны – главное, что сейчас есть все основания говорить об уже сложившемся сегменте коммер-

⁷ Подробные отчеты и полезные статьи, посвященные многим известным программам можно найти на сайте «Принципы прогнозирования» по адресу <http://forecastingprinciples.com>.

⁸ В частности, можно отметить механизмы автоматического и/или полуавтоматического (с участием специалиста) комбинирования разных методов прогнозирования в рамках одной конкретной модели.

⁹ Следует отметить, что большинство из числа хорошо известных коммерческих программ, предназначенных для анализа временных рядов и прогнозирования, поддерживают, хотя и в разной степени, опции автоматического/полуавтоматического/ручного выбора модели (метода). Тем самым, эксперт получает возможность не просто быть пассивным наблюдателем работы программы, а реально влиять на ход выполнения наиболее ответственного этапа всего процесса прогнозирования.

¹⁰ Согласно [31], основу автоматической оптимизации параметров (АОП, *Automatic Parameter Optimization*) составляет «алгоритм, который осуществляет итеративный поиск оптимальных значений одной или более констант (весов) в соответствии с определенной спецификацией (критерием)». Например, в программе Forecast Pro от компании Business Forecast Systems сначала автоматически производится выбор группы моделей, наиболее соответствующих представленной совокупности данных, после этого определяется конкретная модель из предлагаемой группы и только затем происходит настройка (оптимизация) ее параметров [14].

ческого программного обеспечения, имеющего свою почти 20-ти летнюю историю и ориентированного на прогнозирование с использованием временных рядов. Следуя [32], весь спектр предлагаемых на рынке программ можно разделить на 4 основные группы¹¹:

1. расширения (*add-ins*) для электронных таблиц Excel (например, CB Predictor (профессиональная и премиум версии программных средств (пакета) Crystal Ball), ForecastX Wizard, PEERForecaster (Phicast), ezForecaster),
2. дополнительные модули для Excel или отдельные приложения на базе нейронных сетей¹² – в этой группе можно отметить NeuroXL(MDB) Predictor, Alyuda Forecaster XL, NeuroShell Predictor, NeuralWorks Predictor, NeuralPower, NeuroSolutions (среда разработки, ориентированная на решение широкого круга проблем) и Alyuda NeuroIntelligence,
3. системы статистического анализа, имеющие встроенные или поддерживающие дополнительные модули для анализа временных рядов, бизнес-моделирования и прогнозирования; очевидно, что представители этой категории наиболее известны широкому кругу пользователей, от студентов до экспертов и аналитиков крупных компаний – в частности, к их числу относятся SAS (SAS/ETS – модуль эконометрических временных рядов), SPSS (DecisionTime и WhatIf?), NCSS, MINITAB Statistical Software, STATISTICA и EViews (программа эконометрического анализа, прогнозирования и обработки данных),
4. автономные (*stand-alone*) приложения для моделирования и прогнозирования бизнес-процессов, эконометрического анализа, решения задач оптимизации (линейного программирования) и принятия решений (среди них можно выделить SmartForecasts, DecisionPro, Prophecy, Forecast Pro, Autobox, Freefore, O-Matrix/STSA – статистический инструментальный для анализа временных рядов, Procast (система прогнозирования спроса/планирования), Microfit, TSM/Ox, STAMP (с интерфейсом GiveWin), PcGive и ITSM2000)¹³.

В исследовании [26], проведенном на основании опроса американских компаний, обобщены интересные данные, касающиеся использования компьютерных программ для прогнозирования и их качества с точки зрения удовлетворения потребностей профессиональных пользователей. Оказалось, что только около 10 процентов фирм применяют количественные методы прогнозирования в практике ведения бизнеса – подавляющее большинство руководителей все-таки отдает предпочтение формированию прогнозов и выработке решений на основе субъективных предположений и обобщений оценок экспертов. Приблизительно половина (около 48 процентов) компаний в качестве основного инструмента проведения расчетов на компьютере считают электронные таблицы (ЭТ), преимущественно Excel, Lotus 1-2-3 и Quattro Pro. При этом, в качестве основного аргумента против применения специализированных программ для прогнозирования выдвигается тезис о том, что освоение таких продуктов может занять слишком много времени. Некоторые фирмы (немногим более 20 процентов) вложили определенные средства в разработку собственных программ, имеющих статус «для внутреннего пользования», и лишь 11 процентов

¹¹ Популярны технические вычислительные системы и среды программирования MATLAB и Mathematica вынесены за рамки предложенной классификации как универсальные пакеты широкого применения (математика, физика, инженерные дисциплины, химия, биология, финансы и экономика, и пр.); они также поддерживают инструментальные (прикладные пакеты) для анализа данных и прогнозирования – например, Financial Time Series, Curve Fitting (MATLAB), Time Series (Mathematica) и Neural Networks (MATLAB и Mathematica).

¹² Междисциплинарный информационный портал (база знаний), касающийся приложений искусственных нейронных сетей в прогнозировании, находится по адресу <http://www.neural-forecasting.com>. Ожидается, что в середине 2006 года на Международном Симпозиуме по Прогнозированию (ISF'06) будет объявлено соревнование по прогнозированию с использованием нейронных сетей (NN3 – Neural Network Forecasting Competition) продолжительностью в один год. Дополнительная информация об этом событии будет размещена на сайте по адресу <http://www.lums.lancs.ac.uk/Research/Centres/forecasting> (Университет Ланкастера).

¹³ По мнению профессора Школы Бизнеса Уортона Университета Пенсильвании Скотта Армстронга (*J.S. Armstrong*), совершенствование программ и значительный потенциал Интернета (хранение информации, широкий спектр сервисных услуг для пользователей) постепенно определяют черты нового направления развития систем прогнозирования [9].

компаний ориентируются в своей деятельности на активное применение известных коммерческих пакетов (больше половины из них впоследствии корректируют сгенерированные прогнозы на основе получаемых экспертных оценок, суждений руководства, рекомендаций и т.п.)¹⁴. При этом, для почти трех четвертей респондентов, использующих ПО, окончательно формируемые прогнозы принимают совершенно новые формы (Рис. 1).

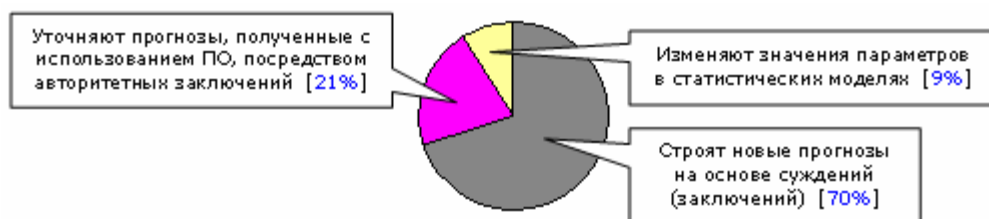


Рис. 1. Около 60% респондентов в окончательном варианте изменяют прогноз, рассчитываемый специализированными программами (по данным [26]).

Собранные в результате проведенного опроса сведения позволили также приблизительно оценить изменение качества (точности) получаемых прогнозов при переходе компаний на использование электронных таблиц и коммерческих программных продуктов. Оказалось, что в первом случае точность результатов в смысле уменьшения средней абсолютной процентной ошибки (САПО) по сравнению с «ручной» обработкой данных увеличилась на 11%; внедрение же более мощных программ, поддерживающих достаточное разнообразие методов построения прогнозов [37], привело к дальнейшему снижению САПО почти на 7% относительно выходных данных ЭТ вычислений (Рис. 2).

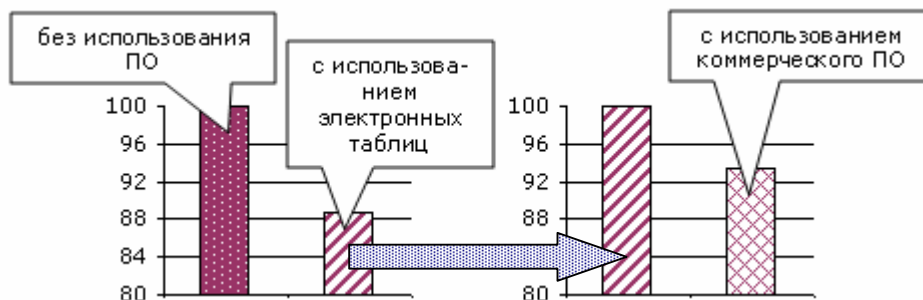


Рис. 2. Изменение качества (в процентах) получаемых прогнозов при переходе на использование электронных таблиц (ЭТ) и при последующем отказе от ЭТ расчетов в пользу применения специализированных коммерческих пакетов (по данным [26]).

Безусловно, всякое программное обеспечение должно обладать определенным набором свойств, делающих его привлекательным для того круга пользователей, на которых оно рассчитано. Большинство профессионалов, работающих со специализированными программами для прогнозирования, практически единодушно выделяют три группы факторов, которые по их мнению являются важными (или, даже критическими) для «идеального» пакета – по убыванию значимости список выглядит следующим образом [26,37]:

1. удобство работы, сравнительная легкость понимания результатов моделирования,

¹⁴ Следует признать, что присутствие таких программ на рынке с каждым годом становится, хотя и достаточно медленно, все более заметнее.

2. высокая точность расчетов, возможность ручного выбора метода и задания параметров,
3. гибкость в комбинировании прогнозов, сравнительно низкая цена¹⁵.

Помимо этого, следует особо выделить три крайне важных тезиса, которые практически не оспариваются ни умеренными противниками, ни конструктивными сторонниками следования в бизнес-деятельности автоматически вычисленным (т.е. полученным с использованием компьютера и специализированных программ) прогнозам, а именно:

1. большинство известных подходов к прогнозированию исходят из предположения о том, что наблюдавшиеся в прошлом шаблоны поведения будут проявляться и в будущем, но, к сожалению, все выглядит не так просто и радужно ясно [35]; прошлое не может уверенно предсказать будущее уже хотя бы потому, что зачастую просто невозможно более или менее точно предугадать характер грядущих изменений на рынке (и в повседневной жизни)¹⁶,
2. во многих случаях формат исходных данных, требуемый соответствующими программами, не может быть обеспечен, в частности, из-за существенной неточности доступной информации; однако, это не должно являться поводом для представления существующих программ в негативном свете,
3. уверенность в том, что расчетные значения прогнозов освобождают людей от дополнительной аналитической работы, необходимости критически осмысливать результаты компьютерного моделирования и вносить в них необходимые изменения, основанные на имеющихся интуиции и знаниях в данной предметной области, является глубоким заблуждением¹⁷ – построение точных и надежных прогнозов подразумевает привлечение не только современной компьютерной техники и хорошо зарекомендовавших себя программ, но и (даже в первую очередь) проверенных данных и человеческого интеллекта [35,37].

Последний из сформулированных выше тезисов подводит нас к признанию двух существенных положений, которые становятся определяющими при реализации успешной прогнозной деятельности. Во-первых, количество подготавливаемых рекомендаций (моделей) при рассмотрении каждой конкретной задачи должно быть как можно большим. Это означает, что по мере имеющихся возможностей и доступных ресурсов, следует задействовать и базовые расчеты на компьютере, и сложные специализированные программы, и собственные оригинальные разработки компаний, и компетентные заключения экспертов – все они являются взаимодополняющими и создающими в комплексе совершенно новые, более объективные, условия для формирования и обоснования прогнозов.

Во-вторых, прогнозирование следует рассматривать как динамичную сферу научно-практических исследований, не ограничивающихся применением только статистических подходов. По признанию многих ведущих экспертов, возможности прогнозирования еще далеко не исчерпаны [9,32] – именно в стремлении совершенствовать известные, уже проверенные временем методы, и попытках предложить новые идеи, направленные, например, на более активное использование

¹⁵ Очевидно, что последний из указанных факторов следует трактовать как соотношение «цена-предоставляемые возможности», поскольку коммерческие версии наиболее известных пакетов по объективным причинам относятся к числу дорогостоящих программных продуктов (в частности, по официальной информации сайтов компаний стандартные, профессиональные и премиум выпуски программ Forecast Pro, Autobox, DecisionPro и Crystal Ball находятся в ценовом диапазоне от 395 до 4,995 долларов США; стоимость профессиональной (Pro V+) и промышленной (Enterprise V) версий программы Freefore превышает 7,900 и 19,900\$ – более 220 и 550 тыс. рублей по курсу на 31.01.2006, соответственно).

¹⁶ Именно в таких ситуациях особую значимость приобретают заключения экспертов, поскольку всякое изменение имеет определенную предысторию, и даже в относительно сложных случаях специалисты будут в состоянии выявить ключевые составляющие тенденции развивающихся событий. Эти, пусть даже неполные и часто подверженные «отклонениям» от реальности знания, могут оказать важное влияние на формирование прогноза или его корректировку на этапе детального анализа.

¹⁷ Как точно подмечено в [10], ввод в программу последовательности исторических данных и нетерпеливые ожидания в преддверии появления некоего *волшебного* числа как результата реализации определенного алгоритма, к сожалению, никогда и нигде не работает удачно.

в моделях лингвистических конструкций, лежащих в основе человеческих рассуждений, мнений и оценок заключается реальный практический путь развития этой прикладной области исследований. Подобные инновации (при их достаточно детальной проработке) могут создать прочный потенциал для образования своеобразного связующего звена между традиционными количественными и качественными методами прогнозирования [21].

3 Тестовый пример: краткосрочное прогнозирование (следующий месяц) обменного курса USD/RUB

В представленной работе рассматривается дискретный одномерный временной ряд, образованный последовательными наблюдениями переменной $X = \langle \text{валютные котировки USD/RUB} \rangle$ в течение сорока месяцев ($X = \{X_1, X_2, \dots, X_{40}\} = \{X_t, t = 1, 40\}$), начиная с января 2002 года (данные банковского портала FinNews.ru, Рис. 1). Ежедневные котировки¹⁸ USD/RUB, установленные Центральным Банком РФ, используются для расчета среднего обобщенного обменного курса по каждому из охватываемых месяцев, т.е. для получения значений, отстоящих друг от друга на равные интервалы времени и используемых для последующего анализа, применяется операция агрегирования или обобщения данных [4]. В принципе, временные ряды в бизнес- и экономических приложениях не являются стационарными, а характеризуются наличием циклов, трендовых и сезонных составляющих.

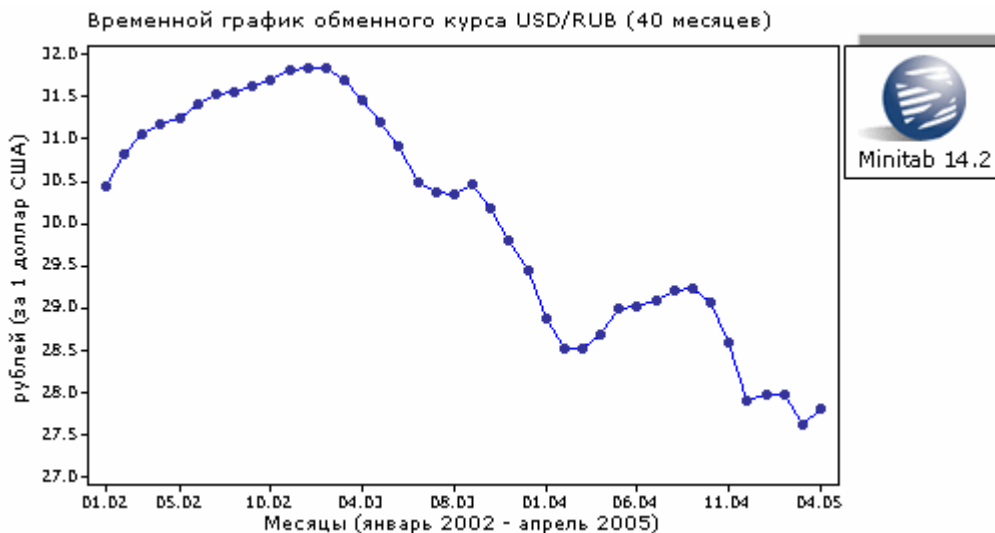


Рис. 3. График изменений обменного курса USD/RUB с января 2002 по апрель 2005 года (40 месяцев).

3.1 Исходное описание: временной график (time plot) и модели регрессии

График, представленный на рисунке 3, можно рассматривать как важный начальный этап визуализации и описания исходной (исторической) информации без какой-либо предварительной модификации. Основная особенность моделей временных рядов заключается в возможности реализации достаточно надежных процедур получения (расчета) прогноза, обращающих в реаль-

¹⁸ Имеется в виду так называемая прямая котировка (она применяется в большинстве стран мира), которая, в данном случае, определяет количество валюты Российской Федерации (рублей РФ), приходящейся на единицу американского доллара, т.е. отношение USD/RUB, равное 30.45, означает, что 1 доллар США оценивается в 30 рублей и 45 копеек.

ную вычислительную силу внешнюю непрезентабельность совокупности исходных числовых данных и наблюдаемые в них шаблоны поведения. Так называемый временной график (*time plot*, Рис. 3) позволяет выявить такие характерные особенности в последовательности анализируемых значений – в данном случае хорошо просматриваемый восходящий 12-ти месячный тренд (с января 2002 года, Рис. 4) сменяется¹⁹ на долговременный понижательный тренд, сопровождающийся нерегулярными циклическими колебаниями. Таким образом, можно говорить о кусочно-линейной модели поведения рассматриваемой совокупности данных $\hat{X}_t = \alpha(t) + \beta(t) \cdot t + \varepsilon(t)$ [4] – в частности, наблюдаемое значение X в момент времени t , $14 \leq t \leq 40$ (с февраля 2003 по апрель 2005 года), может быть аппроксимировано (с поправкой на шум), линейной детерминистской моделью²⁰ тренда $\hat{X}_t = 31.2953 - 0.13622 \cdot t$, при этом средняя абсолютная процентная ошибка (САПО), среднее абсолютное (САО) и среднеквадратическое отклонения (СКО)²¹ данного приближения равны 1.137%, 0.3327 и 0.1813, соответственно – усредненные оценки (2)-(5) качества прогнозирования вычисляются следующим образом:

$$\text{САПО (англ. сокр. MAPE)} = \sum_{t=1}^N \frac{|e_t|}{N \cdot X_t} \cdot 100\% , \text{ где } e_t = X_t - \hat{X}_t \quad (2)$$

$$\text{САО (англ. сокр. MAD)} = \sum_{t=1}^N |e_t| \cdot N^{-1} , \text{ где } N - \text{ число наблюдений ряда} \quad (3)$$

$$\text{СКО (англ. сокр. MSE)} = \sum_{t=1}^N e_t^2 \cdot N^{-1} \quad (4)$$

$$\text{КСКО (англ. сокр. RMSE)} = \sqrt{\text{MSE}} = \sqrt{\sum_{t=1}^N e_t^2 \cdot N^{-1}} \quad (5)$$

С другой стороны, представленная совокупность данных и наблюдаемый в них шаблон поведения «положительный-отрицательный тренд» достаточно просто, хотя и менее реалистично, целиком укладывается в так называемую глобальную линейную модель регрессии $\hat{X}_t = \alpha + \beta \cdot t$ (Рис. 5) – при этом настройка коэффициентов α и β выполняется с помощью метода наименьших квадратов [4,41]. Проведенные исследования показывают, что немногим более 20% зарубежных компаний применяют регрессию²² в качестве основного инструмента для построения прогнозов, и поскольку большинство методов прогнозирования все-таки основаны на использовании временных рядов, то в дальнейшем изложении материала основной акцент будет сделан именно на них.

При использовании той или иной методики прогнозирования финансовые аналитики и менеджеры фирм заинтересованы, в первую очередь, в получении надежного прогноза, который в дальнейшем будет являться ключевой составляющей разрабатываемых планов действия на ближайшую и более отдаленную перспективу. Одновременно, анализ применяемых (или рекомен-

¹⁹ Более точно, с начала 2003 года наблюдается резкое изменение (так называемая *интервенция*) в развитии обменного курса USD/RUB, вызванное как политическими (развитие иракского кризиса), так и экономическими (замедление темпов промышленного развития США, рост привлекательности европейского рынка) причинами.

²⁰ Результаты моделирования (регрессионный анализ) получены с использованием системы MINITAB Statistical Software, которая представляет собой приложение, ориентированное на выполнение статистических вычислений (компания Minitab, Inc., www.minitab.com).

²¹ В иностранной литературе соответствующие оценки точности (ошибки) обычно обозначаются аббревиатурами MAPE (Mean Absolute Percentage Error), MAD (Mean Absolute Deviation) и MSE (Mean Squared Error).

²² Линейная регрессия, являясь сравнительно простым методом математического моделирования, на практике действительно используется очень часто [1].

дованных) методов должен учитывать также и качество обеспечиваемого ими приближения исторических данных. Таким образом, общая вычислительная процедура прогнозирования складывается из двух основных этапов, т.е. сначала на основании имеющихся данных измерений или наблюдений выполняется подбор (настройка) модели, которая в дальнейшем, на втором этапе, используется для предсказания будущих значений [8].

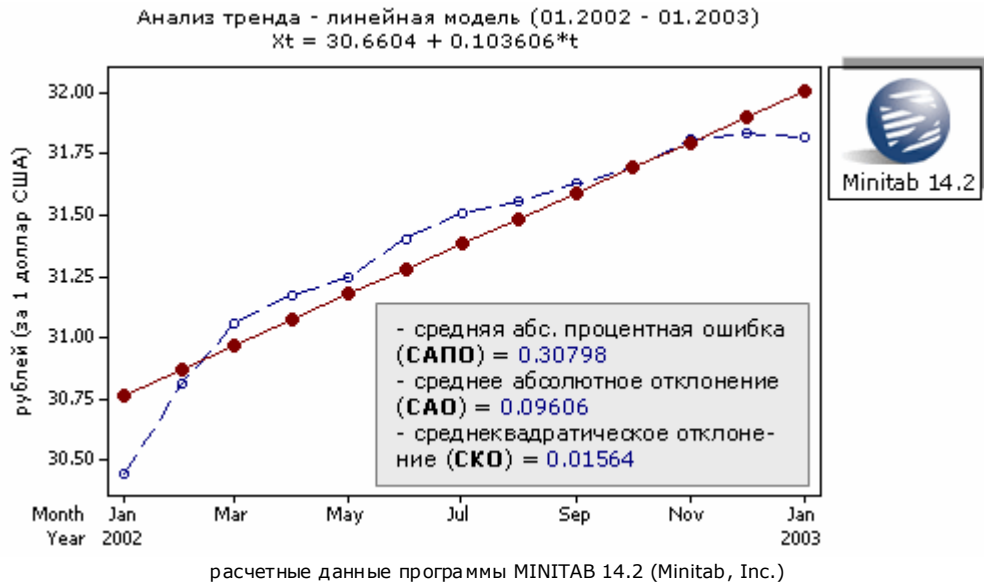


Рис. 4. Линейная модель регрессии (данные за 13 месяцев, с января 2002 по январь 2003 года включительно) и вычисленные значения ошибок приближения.

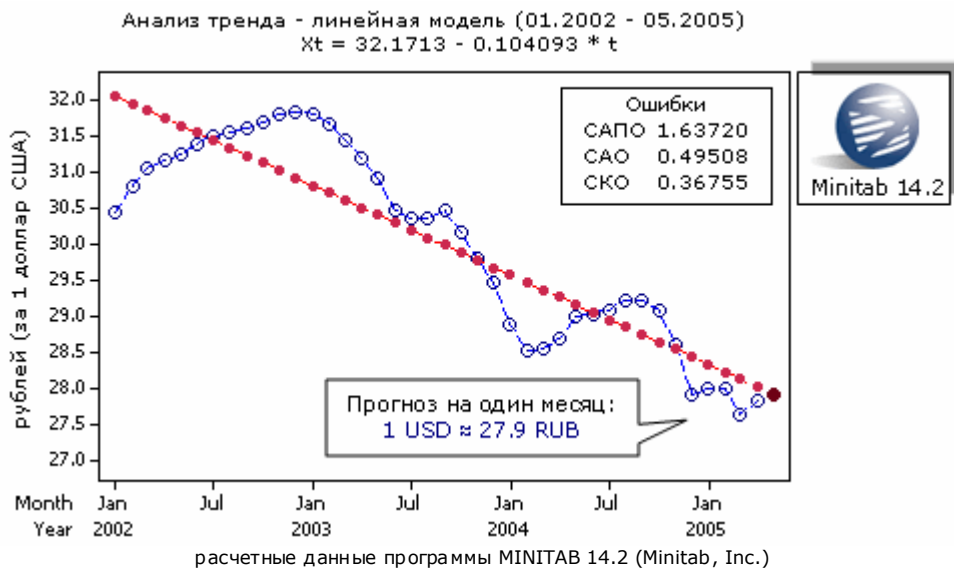


Рис. 5. Линейная модель регрессии (данные за 41 месяц, с января 2002 по май 2005 года включительно) и вычисленные значения ошибок приближения.

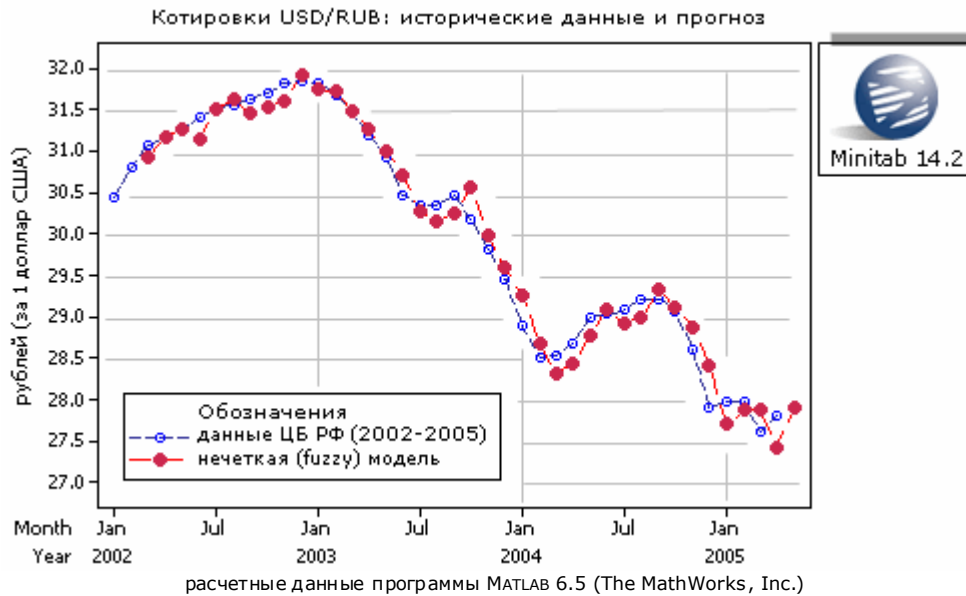


Рис. 6. Графическое представление результатов моделирования с использованием СНВР-метода (прогноз на май 2005 года и данные наблюдений за 40 месяцев, с января 2002 по апрель 2005 года включительно).

В условиях, когда эксперт имеет потенциальную возможность задействовать несколько альтернативных моделей прогнозирования, возникает естественная необходимость оценивания сложности, наглядности и точности реализуемых процедур [23,26,36]. Помимо уже упомянутых выше и наиболее часто используемых оценок САПО, САО и СКО (2)-(5), существуют и другие меры, применяемые при анализе данных и соответствующих количественных методов прогнозирования. К их числу можно отнести автокорреляции, коэффициент детерминации («ар квадрат»), информационный критерий Байеса (BIC)²³, информационный критерий Акаике (AIC)²⁴, тест Льюинга-Бокса и др. В частности, «ар квадрат» (R^2) позволяет оценить точность реализованной модели [8], т.е. определив сумму квадратов необъясненных моделью ошибок SSE и вариацию SST²⁵ значений зависимой переменной X относительно ее среднего значения \bar{X} по всей совокупности моментов наблюдения ($t = 1, N$), лица, проводящие анализ и принимающие решения (ЛПР), имеют возможность вычислить коэффициент R^2 , являющийся объективным критерием проверки степени соответствия уравнения линейной регрессии и рассматриваемого множества наблюдений [23,41]²⁶:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}, \quad SSE = \sum_{t=1}^N (X_t - \hat{X}_t)^2, \quad SST = \sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2, \quad (6)$$

²³ Эта оценка часто именуется также Байесовским критерием Шварца (*Schwartz Bayesian Criterion, SBC*) или информационным критерием Шварца (*SIC*) (см. G. Schwartz. Estimating the Dimension of a Model // *Annals of Statistics*, no.7, pp. 461-464).

²⁴ Статистическая оценка приближения модели, разработанная профессором Токийского Института Статистической Математики Хиротугу Акаике (*Hirotsugu Akaike*) в 1971 году и представленная в статье “A New Look at the Statistical Model Identification” (*IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, #6, 1974, pp. 716-723).

²⁵ Стандартные обозначения, используемые в литературе: SSE – Sum of Squared Errors (Сумма квадратов ошибок), SST – Sum of Squared Totals (Сумма квадратов отклонений от среднего).

²⁶ В случае простой линейной модели регрессии, описывающей отношение между двумя (зависимой и независимой) переменными, коэффициент детерминации равняется квадрату коэффициента автокорреляции, выражающего степень отношения между этими переменными [16,41].

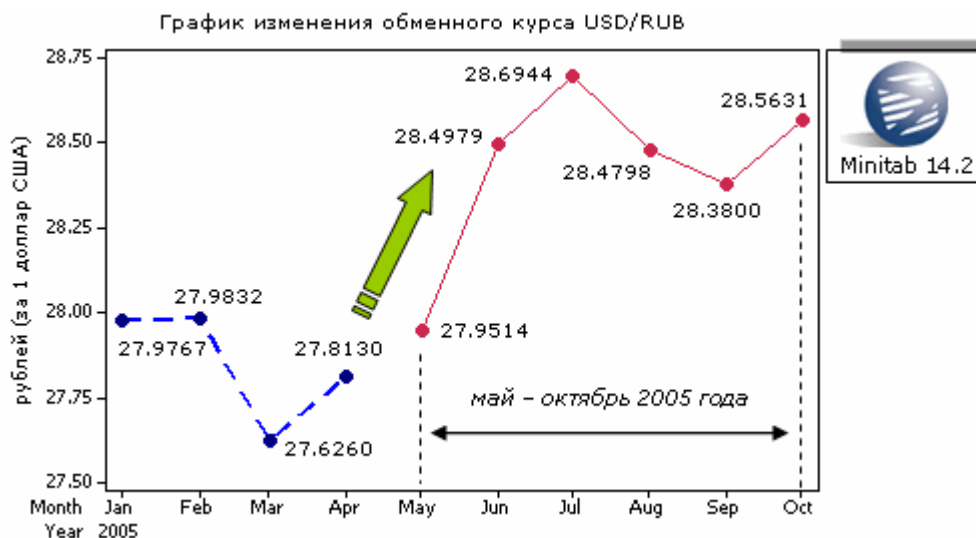


Рис. 7. Изменение обменного курса USD/RUB (среднемесячные значения) в январе – апреле 2005 года (левая часть) и в мае – октябре 2005 года (правая часть рисунка).

где \hat{X}_t – числовое значение, получаемое из уравнения регрессии в момент времени t . Результаты моделирования в среде MINITAB показывают, что при аппроксимации данных обменного курса USD/RUB посредством оценочной регрессионной модели $\hat{X}_t = 32.1713 - 0.104094 \cdot t$ (Рис. 5)²⁷, коэффициент R^2 оказывается равным ~ 0.797 . Таким образом, в рамках рассматриваемой выборки приблизительно 79.7%²⁸ изменения котировок могут быть объяснены построенным линейным отношением (оставшаяся часть не отражается адекватно данной моделью), при этом SST и SSE имеют значения 72.454 и 14.702, соответственно. В этих условиях, обращает на себя внимание достаточно уверенный прогноз на май 2005 года, обеспечиваемый данной линейной моделью регрессии (27.9 против реального обменного курса ЦБ РФ 27.9514 рублей за 1 доллар США). К сожалению, этот факт не говорит ничего о ее реальной предсказательной «способности» и связан лишь со случайным приблизительным совпадением вычисленного значения \hat{X}_{41} (индекс 41 соответствует сорок первому месяцу наблюдения, т.е. прогнозу курса на май 2005 го-

²⁷ Можно обратить внимание на то, что на почти 3-х летнем отрезке времени в представленном временном ряду наблюдается достаточно выраженный негативный тренд (соответствующие оценки САПО, САО и СКО для данной регрессионной модели принимают значения 1.637%, 0.495 и 0.368); стандартное отклонение X_t относительно линии регрессии (стандартная ошибка оценивания) составляет приблизительно 0.622. В действительности, тренды очень часто характеризуются нелинейными зависимостями [36], но в рассматриваемом случае, к примеру, модель экспоненциального роста ($32.23 \cdot 0.997^t$) или S-кривая ($1000 / (18.084 + 12.8 \cdot 1.008^t)$) дают худшие приближения по сравнению с линейной моделью (по результатам моделирования в среде MINITAB). С другой стороны, как показывают результаты расчетов в SPSS 14.0, кубическое и квадратическое приближения могут обеспечить значение коэффициента детерминации выше 0.85 (например, для модели $30.317 + 0.3 \cdot t - 0.021 \cdot t^2$ значения SSE равно 5.647 при SST=72.454). Процедура же автоматического выбора кривой программы Forecast Pro (версия 4.3.1) рекомендует кривую второго порядка $31.4 - 0.0001 \cdot t - 0.0027 \cdot t^2$ (коэффициент детерминации равен 0.8528, САПО= 1.386%, САО = 0.416 и СКО=0.267).

²⁸ С учетом отношения между длиной данных (размером выборки) и числом независимых переменных (в данном случае оно равняется 1) в модели регрессии, скорректированное значение коэффициента детерминации (*adjusted R-Square*, СКД) уменьшается незначительно, и оно становится равным 0.792 [16,41]. При вычислении СКД принимается во внимание сложность используемой метода, а именно: $R^2(\text{adjusted}) = (1 - r/N) \cdot R^2$, где r – число параметров модели [36]. Чем больше значение R^2 , тем меньше случайная составляющая в конкретном формальном описании.

да) и наметившимся переходом к постепенному укреплению американской валюты по отношению к российскому рублю во втором квартале 2005 года²⁹ (Рис.7).

3.2 Анализ последовательности данных: автокорреляционные функции (АКФ, ЧАКФ), автоматический выбор прогнозных моделей и их сравнение

В сфере финансов и экономики, когда речь заходит о получении надежного прогноза котировок мировых валют, временной горизонт часто ограничен ближайшими неделями, одним или двумя месяцами – результаты такого краткосрочного планирования непосредственно связаны с качеством принимаемых решений, касающихся текущей деятельности компаний на рынке. Предположим, что задача состоит в оценивании будущих значений X_{N+h} в имеющейся последовательности N ³⁰ наблюдений $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, где h – горизонт прогнозирования (для оценки X_{N+h} можно также предложить альтернативные обозначения $\hat{X}(N, h)$ или \hat{X}_{N+h} [4])³¹. В частности, имея в распоряжении усредненные значения обменного курса USD/RUB $\{X_1, \dots, X_N\}$ за несколько предшествующих месяцев ($N = 40$) и ставя перед собой цель вычислить \hat{X}_{41} ($h = 1$), ответственные лица (аналитики) должны суметь правильно выбрать те методики построения прогнозов, которые наиболее адекватно подходят для использования на коротких временных горизонтах³². Согласно [3,4,36,41], для рядов, характеризуемых присутствием трендовых составляющих, могут быть рекомендованы, например, модели ARIMA³³ и линейный метод экспоненциального сглаживания Хольта, который позволяет учитывать изменяющийся во времени тренд в совокупности несезонных данных.

Следует особо подчеркнуть, что финансовые данные (в частности, котировки валют) в течение торговых сессий и при осуществлении бизнес-операций фиксируются точно³⁴ – в этом, кстати, они отличаются от макроэкономических показателей, для которых подобная детализация совсем не характерна [2]. В подавляющем большинстве приложений последовательные значения временного ряда не являются независимыми; например, присутствие автокорреляции в финансовых временных рядах обусловлена особенностями формирования котировок под воздействием многочисленных внешних и внутренних факторов [42]. Выявление особенностей поведения данных (процесса) во времени, в частности, распознавание возможной случайной составляющей в рассматриваемой последовательности, основывается на анализе автокорреляционной

²⁹ Некоторое ослабление американского доллара в 3-м квартале 2005 года сменилось его достаточно резким ростом по отношению к российскому рублю, начиная с сентября – эта повышательная тенденция сохранилась и в последующие месяцы, преодолев отметку 28.762 в ноябре и достигнув среднего значения 28.805 рублей за один доллар США к концу декабря 2005 года. Однако, уже к концу января 2006 года ситуация опять изменилась; буквально за пятнадцать торговых сессий американская валюта в России заметно подешевела (1 USD=28.12 RUB по курсу ЦБ РФ на 31.01.2006), т.е. за 1 календарный месяц потери доллара США относительно рубля составили около 1.3%, что по мнению многих финансовых аналитиков связано, в первую очередь, со спекулятивными ожиданиями изменений денежно-кредитной политики по обе стороны океана, комментариями руководителей ЕЦБ, касающимися необходимости более жесткого контроля инфляции в странах еврозоны и очередными заявлениями о возможных терактах против США – по итогам января среднемесячный курс доллара оказался равным 28 рублей и 23 копейки.

³⁰ Общее число наблюдений, образующих временной ряд, называется *длиной* этого ряда или длиной данных [33].

³¹ Горизонт – число будущих периодов (интервалов времени), охватываемых прогнозом [16].

³² Упомянутое выше М-соревнование (равно как и последующие М2- и М3-форумы, объявленные в 1993 и 1999 годах, соответственно) на практике позволило проверить достоверность положения, ставящего качество используемых методов (получаемые в результате их реализации данные) в зависимость от длины задаваемого горизонта прогнозирования [12].

³³ Среди подходов к прогнозированию одномерных временных рядов методологию моделирования ARIMA можно рассматривать как «проработанную» и наиболее активно применяемую [1].

³⁴ Здесь можно говорить о данных *неэкспериментальной* природы.

функции (*коррелограмме*), которая, наряду с временным графиком, является главным инструментом при моделировании временных рядов [4,36,41]. Коррелограмма представляет собой график коэффициентов автокорреляции r_k между наблюдаемыми значениями анализируемого ряда, разделенными k периодами времени (*лагами* или *запаздываниями*). Указанные коэффициенты вычисляются следующим образом:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X}) \cdot (X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2}, \quad \bar{X} = \frac{\sum_{t=1}^N X_t}{N}, \quad (7)$$

где N – число наблюдаемых значений временного ряда, а X_t – значение наблюдаемой переменной X в момент времени t , $t = \overline{1, N}$ (для рассматриваемого ряда \bar{X} равняется 30.0374).

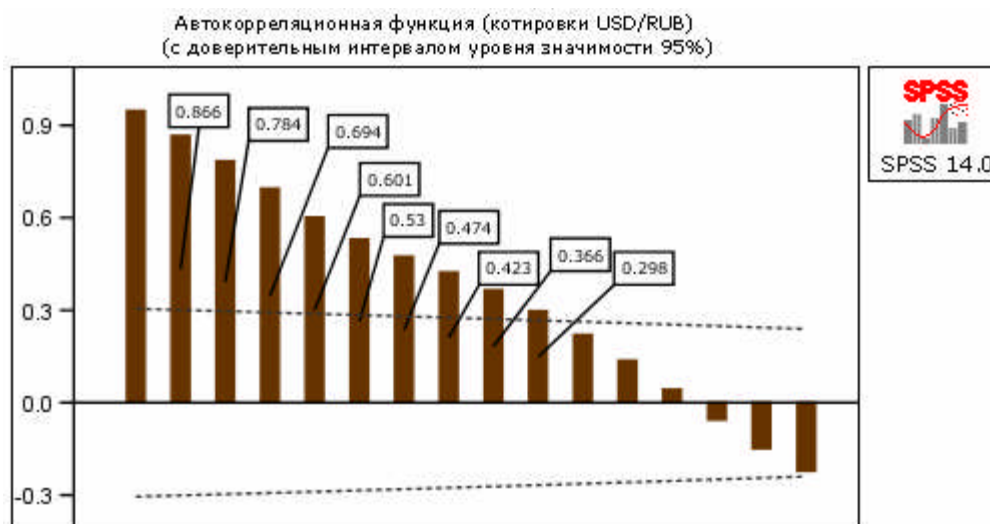


Рис. 8. Коррелограмма (графическое представление автокорреляционной функции, АКФ) временного ряда X .

Как и в случае с временным графиком, визуальный анализ значений автокорреляционной функции (АКФ) является крайне ответственным этапом сбора объективной информации о специфике исследуемого временного ряда и выбора подходящих эмпирических моделей. Коррелограмма временного ряда котировок USD/RUB показана на рисунке 8 – в действительности, для получения начального представления о характере развития процесса во времени достаточно рассчитать несколько коэффициентов r_k , $k = \overline{1, M}$, $M < N$ ³⁵. График показывает, что возможное предположение о том, что данный временной ряд является случайным, не подтверждается, поскольку достаточное число коэффициентов автокорреляции r_k , $k = \overline{1, 10}$, оказываются существенно ненулевыми (основной акцент делается на очень и сравнительно сильных автокорреляциях). Можно также заметить, что присутствие значительной зависимости (корреляции)

³⁵ Приемлемо точная оценка последовательности r_k требует минимального значения N порядка 40–50, и при этом k не должно превосходить (прибл.) одной третьей части N [8].

между смежными наблюдениями свидетельствует о нестационарности ряда³⁶; очень высокая величина $r_1 = 0.947$ служит отправной точкой для последующего постепенного линейного спада значений коэффициентов автокорреляции ($0.866 \rightarrow 0.784 \rightarrow 0.694 \rightarrow 0.601 \rightarrow 0.53$ и т.д.), который, как показано на рис. 8, постепенно переходит в область отрицательных значений, начиная с момента $t = 14$. Присутствие такой «сильно выраженной» автокорреляции дает основания признать доминирование тренда в характере поведения временного ряда X . Среди значений частных автокорреляций r_k , т.е. автокорреляций между X_t и X_{t+k} при исключении из рассмотрения промежуточных наблюдений, приходящихся на временные промежутки $t + 1, t + 2, \dots, t + k - 1$, выделяется близкое к единичному r_1 (Рис. 9). Все последующие значения $r_k, k = 2, \dots$, попадающие внутрь доверительного интервала $[-\tau, \tau]$, где $\tau \approx 2/\sqrt{N}$, $N = 40$, определяемый в предположении независимости и нормального распределения наблюдений, существенно не отличаются от нуля на 5%-ном уровне значимости. Значения частной автокорреляционной функции (ЧАКФ), наряду с коэффициентами автокорреляции r_k , позволяют определить порядок авторегрессионной модели описания временных данных – в рассматриваемом случае речь, вероятнее всего, идет о процессе первого порядка AR(1)³⁷.

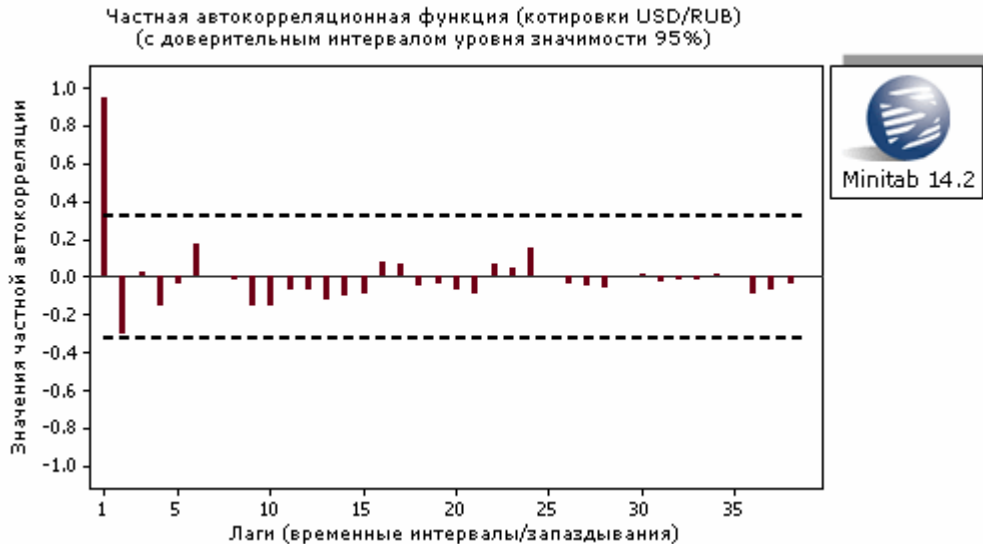


Рис. 9. График частной автокорреляционной функции (ЧАКФ) временного ряда X .

Соответствующие методы (модели) прогноза выбираются на основании подробного анализа специфики имеющихся в распоряжении данных³⁸, при этом особое внимание исследователи обращают на временной график, АКФ и ЧАКФ, значимость и «информативность» которых проявляются не только на начальных этапах работы. В дополнение к этому, важная роль отводится практическому опыту и интуиции экспертов в совокупности с проводимыми ими проверками гипотез и вычислением значений определенного набора статистик, позволяющих реализовать

³⁶ Для первых девяти задержек (лагов) значения t -теста оказываются (существенно) выше соответствующего табличного t -значения (уровень значимости $\alpha' = 0.05$), поэтому задержки $1 \div 9$ характеризуются заметными корреляциями.

³⁷ Порядок модели AR(p) определяется плавно убывающими по направлению к нулю значениями автокорреляционной функции и всплесками (выбросами) частной автокорреляционной функции, которые сходят на нет, начиная с интервала $p+1$.

³⁸ Так называемый *дескриптивный* или описательный анализ данных [6].

наиболее подходящую модель из определенного класса методов [4]. В частности, блок Expert Modeler (EM) программы DecisionTime³⁹ автоматически производит выбор между «лучшими» представителями групп моделей ARIMA (смешанного авторегрессионного скользящего среднего) и экспоненциального сглаживания. В первом случае, EM сначала определяет, необходимо ли преобразование⁴⁰ исходной последовательности данных, например, их логарифмирование для стабилизации отклонения или нахождение разности (т.н. дифференцирование первого порядка как особый тип фильтрации значений ряда) $\nabla X_t = X_t - X_{t-1}$, $t = 2, N$, для удаления доминирующего тренда, а затем уже выбирает начальную модель, исходя из результатов анализа графиков АКФ и ЧАКФ [4,7,41]. Последующая настройка параметров модели ARIMA основывается на детальном исследовании свойств коррелограмм остатков (оценок компонент ошибок предсказания $e_t = X_t - \hat{X}_t$) и проведении теста Льюинга-Бокса (*Ljung-Box statistic*) на их значимость. При правильном (адекватном) выборе метода следует ожидать, что ошибки будут иметь случайную природу (белый шум), т.е. все значения остаточных автокорреляций оказываются внутри пределов доверительного интервала и могут быть классифицированы как практически нулевые⁴¹. В случае методов экспоненциального сглаживания⁴² Expert Modeler определяет «лучшую» модель на основании значения одной из наиболее часто используемых статистик, именуемой нормализованным Байесовским Информационным Критерием (BIC), который оценивает как близость подгонки (качество приближения исторических данных), так и количество параметров реализуемой модели – чем меньше величина BIC, тем лучше реализуемая модель [7,36]; значение BIC может быть вычислено по-разному, и в частности, следующим образом:

$$BIC = \ln \left[\frac{\sum_t (X_t - \hat{X}_t)^2}{N} \right] + \frac{\ln N}{N} \cdot r, \quad (8)$$

³⁹ DecisionTime (версия 1.1) представляет собой мощное автономное (*stand-alone*) приложение для построения прогнозов временных рядов, разработанное американской компанией SPSS, Inc. Вместе с программой-сателлитом WhatIf?, позволяющей анализировать сценарии возможных изменений прогнозов, DecisionTime находит активное применение в сфере финансов, торговли, маркетинговых исследованиях, производственной деятельности, государственном управлении и планировании, здравоохранении. Более подробную информацию о возможностях программы можно найти на сайте российского офиса SPSS по адресу <http://www.spss.ru/products/dectime/index.htm>.

⁴⁰ Согласно [4], модели, применяемые к преобразованным данным могут оказаться не только сложными с точки зрения их интерпретации, но и потенциально подверженными возможным смещениям расчетных прогнозов за счет необходимости (в определенных ситуациях) использования «обратной трансформации» с целью восстановления исходных шкал исследуемых переменных. Кроме того, результаты экспериментов Нельсона (*H.Nelson*) и Грэнджеря (*C.W.Granger*) применительно к некоторым последовательностям экономических данных продемонстрировали лишь незначительное улучшение показателей прогнозирования при использовании преобразований Бокса-Кокса (*Box-Cox*), к числу которых относятся логарифмические и 'квадратный корень' функциональные трансформации [24]. Следует также особо подчеркнуть, что преобразования, имеющие своей целью стабилизацию исследуемой последовательности наблюдений $X_1, X_2, \dots, X_t, \dots, X_N$, приобретают особое значение в случае рассмотрения моделей ARIMA, для которых стационарность ряда является необходимым требованием [7].

⁴¹ Другими словами, ни одно из значений не является существенным на уровне 95%-ной уверенности.

⁴² DecisionTime 1.1 (SPSS, Inc.) поддерживает 7 процедур экспоненциального сглаживания (например, метод простого экспоненциального сглаживания, модели Хольта, Брауна, затухающего тренда, и другие). Другое известное приложение Forecast Pro Standard (версия 4.3.1, <http://www.forecastpro.com>) реализует 12 различных моделей экспоненциального сглаживания (ЭС), отличающихся друг от друга тем, как они экстраполируют тренд и сезонную составляющую; три наиболее часто используемых метода (простое ЭС, Хольта и Винтерса) могут быть выбраны непосредственно пользователем в диалоговом окне "Exponential Smoothing Model". Помимо этого, программа также обеспечивает как автоматический выбор модели из поддерживаемого набора девяти неэкспоненциальных трендовых процедур, так и возможность задания применяемого метода пользователем (экспертом), который самостоятельно указывает выявленные в результате предварительного анализа данных типы тренда и сезонности, а также значения параметров сглаживания, если задача оптимизации последних не возлагается на сам используемый программный пакет [29].

где N – длина данных, по которым рассчитывается сумма квадратов ошибок $((X_t - \hat{X}_t)^2)$ SSE, а g задает число параметров модели. Заключительным этапом работы EM является сравнение отобранных методов и рекомендация к использованию того из них, который характеризуется меньшим показателем ВИС. С большой степенью уверенности можно утверждать, что для модели, обеспечивающей наименьшее значение ВИС, будет характерно также и наилучшее качество прогнозирования. При этом ВИС не должен рассматриваться в качестве абсолютной оценки эффективности того или иного метода – он служит лишь основой для сравнения разных моделей, представляющих одну группу прогнозных методов и применяемых к одной и той же совокупности данных [29].

Применительно к анализируемой последовательности котировок USD/RUB рекомендуется модель ARIMA(1,1,0) с единичными значениями порядков авторегрессии и дифференцирования, и с нулевым параметром скользящего среднего (дифференцированная авторегрессионная модель первого порядка) – результаты показаны на рис. 11 и 12. Кроме того, расширенный модуль-мас-

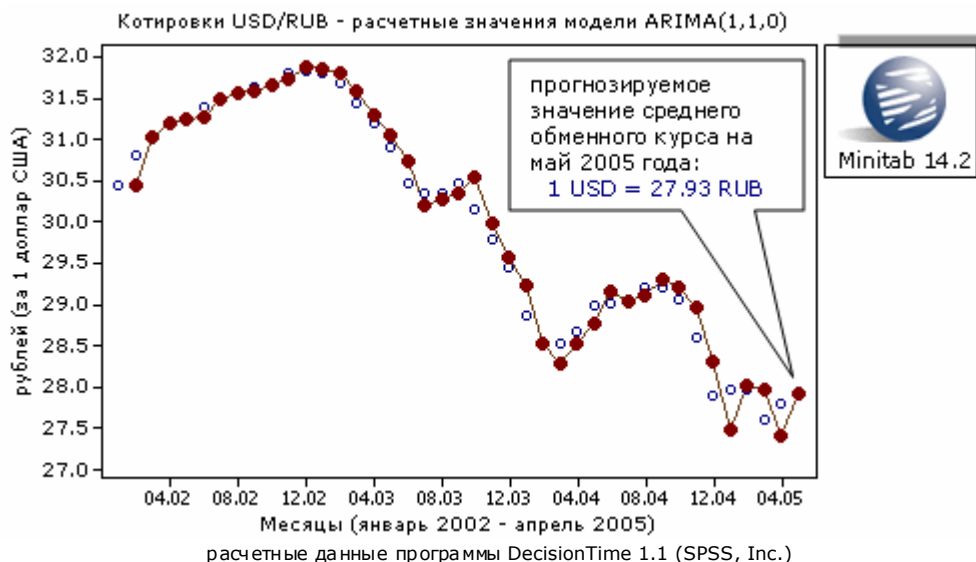


Рис. 11. Графическое представление результатов, полученных с использованием модели ARIMA(1,1,0).

тер прогнозирования (*Advanced Forecast Wizard*) программы DecisionTime 1.1 (Рис. 13) дает возможность аналитику либо определить применяемую модель самостоятельно, не полагаясь на автоматическую процедуру выбора, либо ограничить круг производимого EM⁴³ поиска группами методов ARIMA⁴⁴ или экспоненциального сглаживания. В последнем случае, предпочтение отдается модели затухающего тренда (МЗТ, *Damped Trend Linear Exponential Smoothing*), которая (в сравнении с двухпараметрическим методом Хольта – см. рис. 14, представляющим ту же самую модельную группу и подходящим для прогнозирования несезонных рядов с выраженным линейным трендом) использует дополнительный сглаживающий параметр ϕ , а именно:

⁴³ Expert Modeler используется также модулем расширения SPSS Trends (пакета статистического анализа данных SPSS Base) – он предназначен для определения наилучшей модели ARIMA/экспоненциального сглаживания в отношении исследуемого временного ряда (процедура TSMODEL), построения прогнозов (процедура TSAPPLY), оценки мультипликативных и аддитивных сезонных факторов (процедура SEASON) и анализа вариаций рядов (процедура SPECTRA).

⁴⁴ В общем случае, ARIMA-подходы обеспечивают более ‘жесткий’ контроль над трендом и сезонными составляющими моделей по сравнению с методами экспоненциального сглаживания [7].

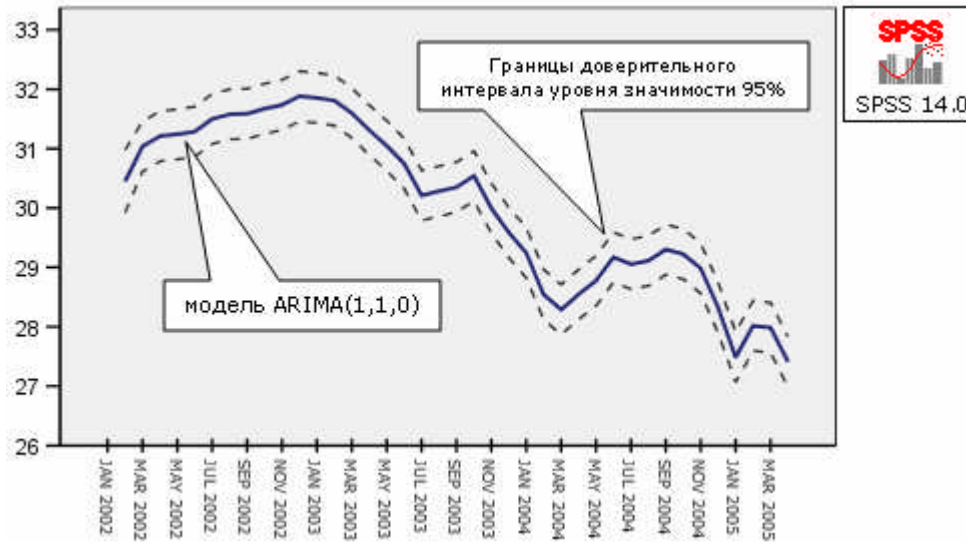


Рис. 12. Результаты моделирования (Рис.11 - ARIMA(1,1,0)), полученные с использованием программы SPSS 14.0.

$$\begin{aligned}
 L_t &= \alpha \cdot X_t + (1 - \alpha) \cdot (L_{t-1} + \varphi \cdot T_{t-1}) \\
 T_t &= \gamma \cdot (L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma) \cdot \varphi \cdot T_{t-1} \\
 \hat{X}_{t+m} &= \hat{X}(t, m) = L_t + T_t \cdot \sum_{i=1}^m \varphi^i, \text{ где } 0 < \alpha, \gamma, \varphi < 1^{45},
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

где L_t и T_t – уровень⁴⁶ и тренд ряда в момент времени t , соответственно; α , γ и φ – сглаживающие параметры (веса) уровня, тренда и затухающего тренда (демпфирования), соответственно.

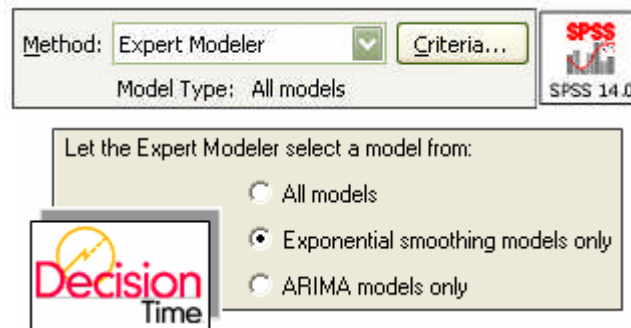


Рис. 13. Expert Modeler (процедура Time Series Modeler пакета SPSS 14.0 и модуль-мастер прогнозирования программы DecisionTime 1.1) – фрагмент диалоговых окон выбора модели (-лей).

⁴⁵ Для модели Хольта демпфирующий параметр φ (оценка степени роста) принимается равным единице.

⁴⁶ Под *уровнем* временного ряда понимается постепенно изменяющийся (гладкий) несезонный процесс, лежащий в основе наблюдаемых значений [29].

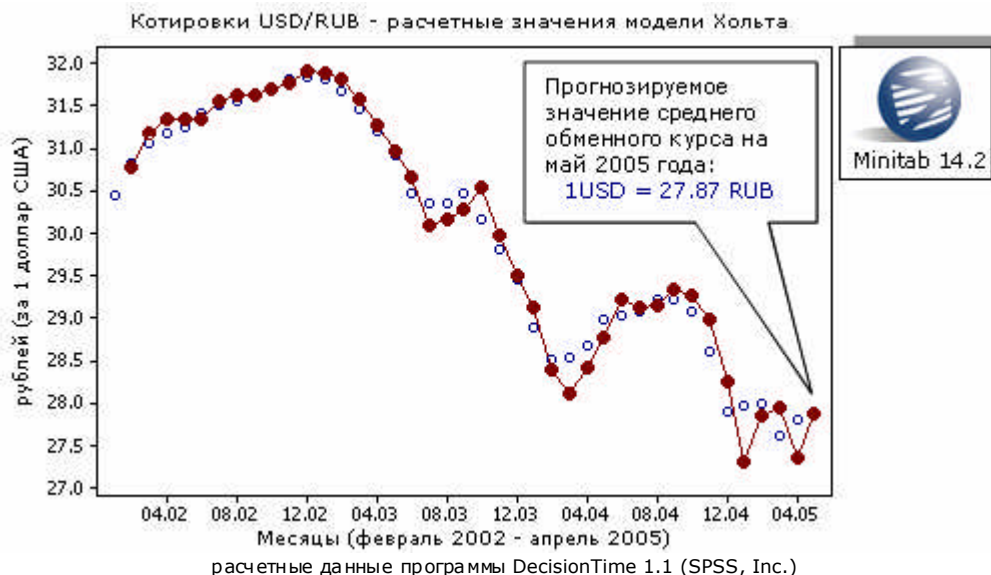


Рис. 14. Графическое представление результатов, полученных с использованием линейной модели Хольта.

3.3 Результаты моделирования: данные приближения, ошибки (САПО/САО/СКО) и анализ расчетов

Таблица 1. Результаты моделирования временного ряда X (расчетные данные программ DecisionTime 1.1 и SPSS).

Общие характеристики	<ul style="list-style-type: none"> - название : валютные котировки USD/RUB - количество наблюдений : 40 (помесячно) - среднее значение за 40 месяцев : 30.0374 - минимальное значение : 27.626 - максимальное значение : 31.838 - стандартное отклонение : 1.363 				
	Метод	Прогноз (май 2005 г.)	САПО %	САО	СКО
	ARIMA(1,1,0) ⁴⁷	27.926	0.541	0.1584	0.0445

⁴⁷ Среди моделей Бокса-Дженкинса (опция “Box-Jenkins” при использовании автоматического режима определения метода) программа прогнозирования Forecast Pro (стандартная версия 4.3.1) выбирает ARIMA(0,1,1), для которой значение статистики Льюинга-Бокса для 18 лагов (LBS(18)) равняется 12.97 (p-значение = 0.2065). Кроме этого, коэффициент детерминации в этом случае практически достигает значения 0.98, а величины САПО, САО и СКО (на основании данных контрольного журнала, обобщающего получаемые результаты) снижаются, по сравнению с приведенными в таблице данными расчетов программ DecisionTime и SPSS, до 0.527%, 0.1548 и 0.039 (RMSE = 0.1974), соответственно. Следует особо отметить, что абсолютная процентная ошибка прогноза на май 2005 года (28.032 против реального обменного курса ЦБ РФ 27.9514 рублей за 1 доллар США), обеспечиваемая моделью ARIMA(0,1,1), составляет 0.288%, что значительно хуже значений АПО других протестированных моделей (см. Таблицу 1), за исключением метода Хольта (замечания, касающиеся применения к ряду X простого экспоненциального сглаживания, даны далее по тексту). Заметим, что модель ARIMA(0,1,1) характеризуется однократным дифференцированием (для достижения стационарности исследуемого ряда) и единичным значением числа параметров скользящего среднего (MA(1)).

- доверительный интервал [27.5, 28.35] уровня значимости 95%; АПО прогноза : 0.09%
- максимальная абсолютная ошибка (МАО) : 0.4876
- максимальная абсолютная процентная ошибка (МАПО) : 1.743%
- $RMSE (\sqrt{CKO}) = 0.2109$
- коэффициент детерминации : 0.9766 (> 97%)
- SSE : 1.692 SST : 72.454
- нормализованный BIC : -3.017
- тест Льюинга-Бокса для временных интервалов с 1-го по 18-тый : 14.54 ($p = 0.6285$)

Линейный метод Хольта ⁴⁸	27.866	0.577	0.1728	0.0498
-------------------------------------	--------	-------	--------	--------

- доверительный интервал [27.41, 28.32] уровня значимости 95%; АПО прогноза : 0.306%
- максимальная абсолютная ошибка (МАО) : 0.662
- максимальная абсолютная процентная ошибка (МАПО) : 2.37%
- $RMSE (\sqrt{CKO}) = 0.2232$
- коэффициент детерминации : 0.9732 (> 97%)
- SSE : 1.94 SST : 72.454
- нормализованный BIC : -2.79
- тест Льюинга-Бокса для временных интервалов с 1-го по 18-тый : 19.74 ($p = 0.2322$)

Модель затухающего тренда ⁴⁹	27.925	0.524	0.1534	0.0438
---	--------	-------	--------	--------

- доверительный интервал [27.5, 28.35] уровня значимости 95%; АПО прогноза : 0.094%
- максимальная абсолютная ошибка (МАО) : 0.486
- максимальная абсолютная процентная ошибка (МАПО) : 1.737%
- $RMSE (\sqrt{CKO}) = 0.2093$
- коэффициент детерминации : 0.9775 (> 97%)
- SSE : 1.62 SST : 72.454
- нормализованный BIC : -2.852
- тест Льюинга-Бокса для временных интервалов с 1-го по 18-тый : 15.59 ($p = 0.4098$)

Инвариантная по времени (СНВР) модель	27.913	0.58	0.1703	0.0424
---------------------------------------	--------	------	--------	--------

⁴⁸ Для двухпараметрической модели двойного экспоненциального сглаживания (ДЭС, метод линейного тренда) Хольта расчеты с использованием инструментария CB Predictor 1.6 (составная часть Crystal Ball 7.2 Professional/Premium Edition, <http://www.crystalball.com/cbpro>) для констант α (уровня) и γ (тренда), равных 0.999 и 0.962, соответственно, приводят к следующим результатам: САПО=0.56%, CAO = 0.1634, СКО=0.0519 (RMSE = 0.2278); прогнозируемое значение обменного курса USD/RUB, рассчитываемое CB Predictor, составляет 27.978 (с доверительным интервалом [27.6, 28.36]). Автоматическое применение модели однократного сглаживания ($\alpha = 0.999$) приводит к ухудшению значений ошибок, а именно: САПО=0.658%, CAO=0.1948 и СКО = 0.0656 (RMSE = 0.2562). Одновременно, проведенное моделирование в среде Forecast Pro (стандартная версия 4.3.1) показало, что при задании режима выбора модели "Expert Selection" именно линейный метод Хольта ($\alpha = 1, \gamma = 0.588$) рекомендуется к применению для рассматриваемого временного ряда X, при этом автоматически рассчитываемые программой САПО, CAO и СКО равны 0.623%, 0.1826 и 0.052, соответственно. Согласно Forecast Pro, прогноз на май 2005 года, получаемый в результате применения модели Хольта, оказывается равным 27.824 (рублей за 1 доллар США).

⁴⁹ При выборе в Time Series Modeler пакета SPSS 14.0 опции «Все модели» (задание типа используемого метода в Expert Modeler), автоматическому анализу подвергается вся группа поддерживаемых приложением моделей ARIMA и экспоненциального сглаживания. В частности, метод затухающего тренда, имеющий значительное сходство с моделью ARIMA(1,1,2), наиболее подходит «для несезонных рядов, характеризуемых присутствием угасающего во времени линейного тренда» [7]. Показанные в таблице данные соответствуют единичным значениям параметров α (уровень) и γ (тренд); гасящий (демпфирующий) параметр ϕ , задающий степень ослабления тренда, имеет значение 0.6. Следует отметить, что модель затухающего тренда (*damped trend*) поддерживается не всеми известными программами прогнозирования – в частности, она отсутствует в списке реализованных методов add-in приложений CB Predictor и ForecastX Wizard (<http://www.forecastxperttoolkit.com>).

- АПО прогноза : 0.137% [вычисленные значения базируются на использовании изменений (разностей) курса, прогнозные значения которых суммируются с текущим показателем копировок; расчетные значения погрешностей изменяются при варьировании числа нечетких множеств, используемых в модели – приведенные здесь показатели соответствуют случаю, когда это число равняется 6 – см. рис. 6] - максимальная абсолютная ошибка (МАО) : 0.495 - максимальная абсолютная процентная ошибка (МАПО) : 1.78% - RMSE ($\sqrt{\text{СКО}}$) = 0.2059 - коэффициент детерминации : 0.9776 (> 97%) - SSE : 1.615 SST : 72.454 - нормализованный BIC ⁵⁰ : -2.967 - тест Льюинга-Бокса для временных интервалов с 1-го по 18-тый : 18.98 (p = 0.3268)				
Простое экспоненциальное сглаживание	27.813	0.641	0.19	0.0656
- доверительный интервал [27.3, 28.33] уровня значимости 95%; АПО прогноза : 0.495% - максимальная абсолютная ошибка (МАО) : 0.695 - максимальная абсолютная процентная ошибка (МАПО) : 2.49% - RMSE ($\sqrt{\text{СКО}}$) = 0.2561 - коэффициент детерминации : 0.9647 (> 96%) - SSE : 2.558 SST : 72.454 - нормализованный BIC : -2.632 - тест Льюинга-Бокса для временных интервалов с 1-го по 18-тый : 33.36 (p = 0.0102)				

Полученные результаты моделирования показаны в таблице 1; можно обратить внимание на то, что здесь, среди уже упомянутых выше моделей, представлен и метод простого экспоненциального сглаживания (ПЭС)⁵¹ ($\hat{X}_t = \alpha \cdot X_{t-1} + (1 - \alpha) \cdot \hat{X}_{t-1}$, $0 < \alpha < 1$), который явно не подходит для прогнозирования исходного временного ряда. Его включение в таблицу обусловлено одной главной причиной, иллюстрирующей еще раз крайнюю важность человеческого фактора при работе с компьютерными программами автоматического прогнозирования, а именно: специалист, проводящий экспериментальные исследования, может очень быстро осознать, что без надлежаще подробного анализа данных, четкой идентификации в них основных шаблонов поведения (тренд, циклическая или сезонная составляющие) и ясного понимания потенциально возможного круга моделей для применения в конкретных условиях, ручной выбор методов становится не более чем игрой «выбери из предлагаемого списка то, что больше нравится». Следствием такой ситуации является выполнение программно реализованной вычислительной процедуры, характеризующейся существенной нестабильностью не только при расчете прогнозных значений разных временных рядов, но и в обеспечении хорошей степени приближения исторических данных. Например, значения статистики Льюинга-Бокса (ЛБС), рассчитанные по каждой из представленных в таблице моделей для 18-ти временных отрезков (лагов) позволяют сделать вывод о том, что величины АКФ остатков (*остаточных ошибок*) при использовании практически всех мето-

⁵⁰ При заданном универсальном множестве U, определяемом в рамках контекста рассматриваемой задачи, эксперты выбирают разбиение этого множества на равновеликие интервалы u_i , $i = 1, \dots, p$. В действительности, реализация такой процедуры оказывается весьма неоднозначной, что подчеркивает ее крайнюю значимость с точки зрения влияния на качество результатов, получаемых при выполнении последующих шагов алгоритма. По окончании данного этапа, происходит определение нечетких множеств A_k ($k = 1, \dots, q$) на конечной совокупности интервалов разбиения, при этом число таких множеств q не обязательно должно совпадать с количеством u_i . В рамках рассматриваемой проблемы прогнозирования обменного курса USD/RUB множества A_k могут, например, представлять лингвистические конструкции «большой рост», «рост (умеренный)», «без изменения» и пр. Таким образом, мы можем считать, что СНВР-модель характеризуется, в общем случае, двумя параметрами, а именно числом интервалов разбиения U и числом определяемых нечетких множеств.

⁵¹ Метод простого экспоненциального сглаживания применим для рядов, в которых не наблюдается тренд и сезонной компоненты [7,41].

дов очень незначительно отличаются от нуля (соответствующие p -значения, или вероятности значимости, меньше 0.05) – малые значения коэффициентов автокорреляции в пределах доверительного интервала и внешний вид коррелограммы в целом (Рис. 15, модель ARIMA(1,1,0)) оказываются достаточно похожими для всех применяемых здесь методов⁵², за исключением модели простого экспоненциального сглаживания. В последнем случае, ЛБС(18) достаточно велико (p -значение равняется 0.0102), и на этом основании можно заключить, что ПЭС не подходит для моделирования временного ряда X ⁵³, и предпочтение должно быть определено отдано другим методам.

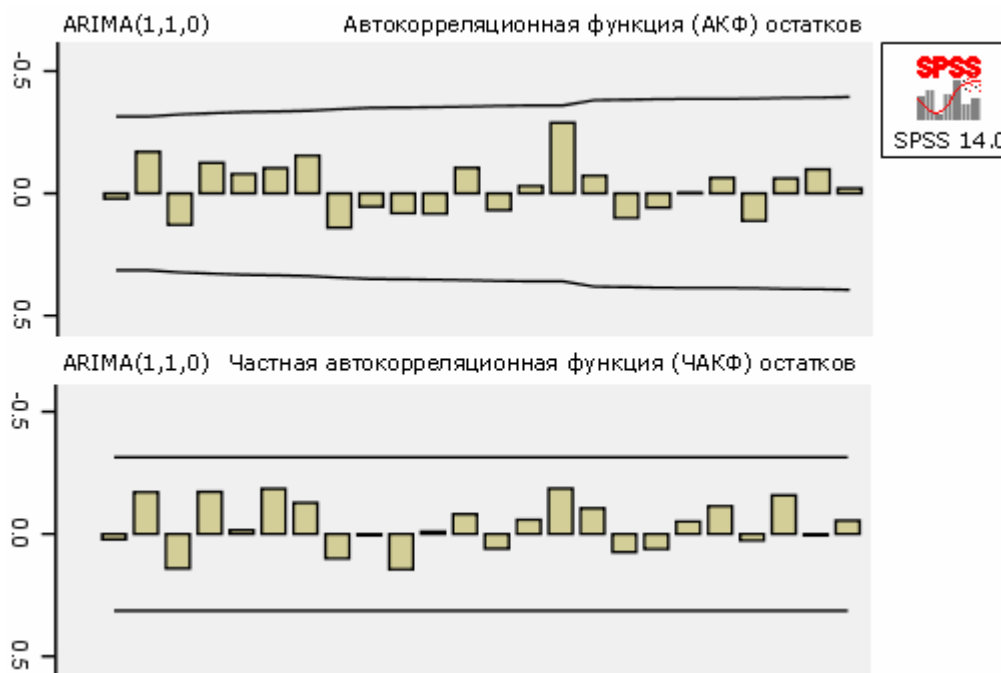


Рис. 15. Графики автокорреляционной (АК) и частной автокорреляционной функций остатков (модель ARIMA(1,1,0)).

Поскольку наблюдаемый нестационарный процесс удается адекватно описать с использованием модели ARIMA(0,1,1) – именно *этой* метод автоматически выбирается программой Forecast Pro Standard 4.3.1 среди значительного числа реализованных в этой программе моделей⁵⁴, то, как правило, методы экспоненциального сглаживания будут также фигурировать среди главных претендентов (в смысле их классификации как лучших моделей с точки зрения обеспечиваемых расчетных значений прогнозов, относительной простоты и легкости корректировки параметров) на применение в данном конкретном случае [41]. И это действительно так – по результатам проведенного моделирования в среде SPSS (DecisionTime 1.1) предпочтение, например, может быть отдано одному из представителей ЭС-группы, а именно, методу затухающего тренда (см. Таблицу 1), которому несколько «уступает» линейная модель сглаживания Хольта – кстати, оба этих подхода относятся к категории так называемых явных трендовых мо-

⁵² Важным моментом является попадание в эту группу инвариантного по времени (СНВР) метода, и этот факт можно считать частичным подтверждением ошибочности бытующего мнения о том, что «сложные модели прогнозирования всегда обеспечивают лучшие результаты по сравнению с простыми процедурами» [5].

⁵³ Это означает, что в ряду наблюдается некий шаблон поведения (изменения его значений), который не учитывается адекватно данной конкретной моделью [7].

⁵⁴ Какие-либо комментарии и анализ причин, по которым программа отдает предпочтение именно этому методу, здесь опускаются.

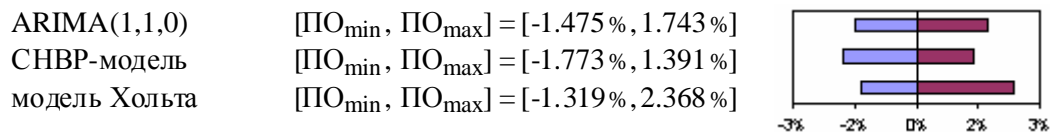
делей [20]. Другими словами, применительно к заданному набору данных МЗТ представляется действительно удачным выбором, обеспечивая наименьшие значения САПО и САО для единичного горизонта ($h = 1$). Эта же модель вместе с ARIMA(1,1,0) среди используемых здесь подходов обеспечивают наилучшую точность прогноза с точки зрения абсолютной процентной ошибки – для обоих методов она составляет приблизительно 0.09% (незначительное недопрогнозирование). Тем не менее, позиции СНВР-метода в ряду других прогнозных подходов, уже зарекомендовавших себя и проверенных на практике, совсем не выглядят проигрышными; во-первых, лежащая в его основе простая матричная вычислительная процедура обеспечивает очень неплохие результаты⁵⁵ (в частности, САПО и САО нечеткой модели и метода двойного экспоненциального сглаживания практически совпадают, а вот расчетное значение прогноза в первом случае оказывается гораздо ближе к истинному); во-вторых (и, пожалуй, это самое главное), СНВР-модель может рассматриваться в качестве основы для проведения ее дальнейшей модификации и даже трансформации в более (но, неизбыточно!) сложную, но понятную и вполне прозрачную для интерпретации, форму, предусматривающую задействование формализованного представления экспертных заключений о возможном варианте последующего развития изучаемого процесса, учет потенциально существующего влияния предшествующих наблюдений на характер текущих изменений и совершенствование этапа анализа (и препроцессинга) имеющейся последовательности данных с целью создания благоприятных «начальных условий», определяющих ход выполнения и качество осуществляемых расчетов. В частности, более совершенная эвристическая нестационарная НВР-модель (ЭННВР), которая требует от экспертов не только определения числа задействованных в реализуемой процедуре нечетких множеств (НМ) и относительно трудоемких вычислений отношений R между ними, но и формализованного НМ-представления вербально выраженных квалифицированных оценок (суждений) специалистов относительно ожидаемой динамики наблюдаемого процесса⁵⁶, улучшает результаты приближения и прогнозирования, получаемые с использованием СНВР-метода [17,30]. В качестве только лишь одного примера можно отметить существенное уменьшение САПО ЭННВР-модели с 0.58% (см. данные таблицы 1) до уровня 0.42% при задействовании шести нечетких множеств A_i , трех экспертных эвристик тренда («рост», «без изменения» и «снижение») и окна прогнозирования, т.е. количества предшествующих рассматриваемому моменту периодов времени, в пределах которых строятся нечеткие отношения $A_i \rightarrow \overline{A_m}$, $i, m = 1, 6$, равного 4. Уже из этого предельно общего описания следует, что по сравнению с СНВР-моделью число параметров данного метода, которые аналитики имеют возможность варьировать, возрастает, но при этом ощутимые затруднения вызывает выбор конкретных (субоптимальных) значений этих параметров. Предварительные эксперименты с 9-ю нечеткими множествами и окном в восемь интервалов ($w = 8$) продемонстрировали дальнейшее снижение САПО до 0.36% при расчетных показателях САО и СКО, приблизительно равных 0.12 и 0.023, соответственно.

Дополнительно, важную часть диагностики выбранной (-ных) модели (-лей) составляет анализ остатков (различий e_t , $t = 2, M$, $M < N$, между наблюдениями и расчетными данными приближения) [36]; их графики, показанные на рис. 16, позволяют оценить адекватность реализуемых моделей с позиции их применимости к рассматриваемому временному ряду. Несмотря на имею-

⁵⁵ По крайней мере, применительно к данному примеру эта модель не может быть отнесена к числу аутсайдеров; такой вывод сделан не только лишь на основании анализа и моделирования временного ряда X (изменение котировок USD/RUB в течение сорока месяцев); инвариантная по времени (*fuzzy*) модель была также протестирована на других примерах краткосрочного предсказания валютных курсов, в частности, EUR/RUB, USD/YTL, TL/USD, охватывавших временные периоды разной продолжительности, и числа регистраций (зачислений в очередном учебном году) студентов в Университете шт. Алабама (эти числовые данные находятся в открытом Internet-доступе).

⁵⁶ Экспертные заключения в данном случае ограничивались односложными словесными конструкциями «без изменения», «рост» и «снижение», хотя потенциально имеются реальные возможности для расширения этого множества за счет включения в него дополнительных «оттеночных» форм (этот шаг требует отдельного обсуждения и более тщательного анализа в дальнейшем).

щиеся отличия, три из четырех представленных на рисунке методов, а именно, ARIMA(1,1,0), модели Хольта и угасающего тренда, демонстрируют достаточно схожие шаблоны (внешнее представление) и диапазоны изменения значений остатков e_t – о СНБР-модели можно сказать практически то же самое. Для ПЭС (правый нижний фрагмент рисунка 16) ситуация выглядит иначе, поскольку не показанные здесь АКФ и ЧАКФ имеют выраженные спайки, свидетельствующие об очевидном несоответствии данной модели наблюдаемому в X реальному процессу [36]. Как отмечено в [41], «правильно подобранный метод будет давать относительно малые ошибки прогноза» – в частности, график на рис. 17 показывает изменение процентных ошибок (ПО, соответствующие значения e_t , деленные на величины наблюдаемых X_t в каждый момент времени), характеризующих три из числа задействованных в данном конкретном случае метода:



На основании визуального анализа графика и проведенных расчетов можно заключить, что СНБР-модель демонстрирует достаточно сбалансированное поведение с некоторым недопрогнозированием (СПО равняется 0.0224 – см. Таблицу 2), несмотря на четко проявляющуюся нестабильность процесса на первой трети временного отрезка наблюдения ($t = 3,13$).

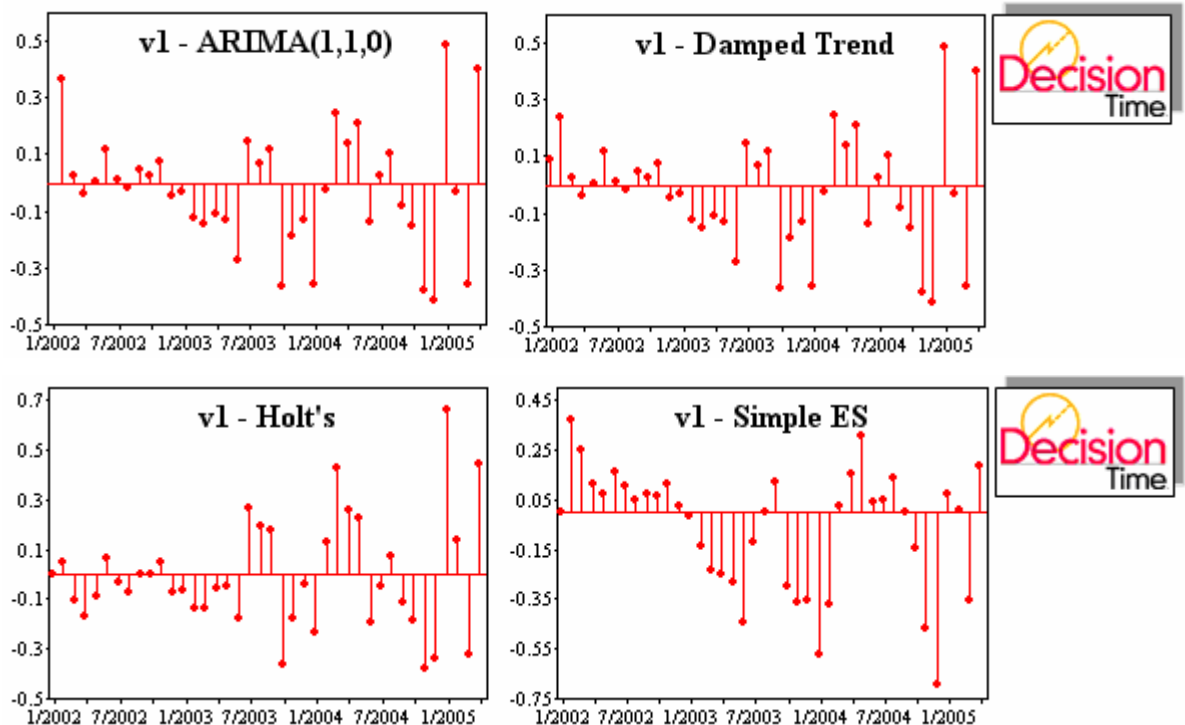


Рис. 16. Графики остатков e_t (порядно, слева направо: модели ARIMA(1,1,0), угасающего тренда, Хольта и ПЭС).



Рис. 17. Графики изменения процентных ошибок (ПО) прогнозирования (приближения исторических данных) для трех моделей (CHBP, ARIMA(1,1,0) и Хольта), $t=2, \dots, 40$.

На основании полученных ошибок прогнозирования (так называемых, остатках⁵⁷ или остаточных ошибках (*residuals*)) для каждого из рассматриваемых методов можно рассчитать соответствующие поправки или смещения прогноза (*forecast biases*)⁵⁸, показанные в Таблице 2:

$$fb = \frac{\sum_{t=1}^N (X_t - \hat{X}_t)}{N} = \frac{\sum_{t=1}^N e_t}{N} \quad (10)$$

Таблица 2. Расчетные значения смещений прогнозов для 5-ти рассмотренных моделей (данные MS Excel 2002).

Метод	Поправка прогноза (fb)	Тенденция	Средняя процентная ошибка (СПО) ⁵⁹
ARIMA(1,1,0)	-0.02395	перепрогнозирование	-0.0807 %
Линейный метод Хольта	-0.00975	перепрогнозирование	-0.0258 %
Простое экспоненц. сглаживание	-0.06751	перепрогнозирование	-0.2358 %
Инвариантная (CHBP, <i>fuzzy</i>) модель	+0.00787	недопрогнозирование	+0.0224 %
Модель затухающего тренда	-0.02463	перепрогнозирование	-0.0828 %

Одновременно, представляет также интерес поведение моделей в так называемых областях перехода, где наклон аппроксимирующей прямой постепенно меняет свой знак на противоположный (см. график временного ряда X на рис. 3). Во многих приложениях, включая финансовые и

⁵⁷ Иногда они именуются ошибками предсказания [22].

⁵⁸ Также называемых средними ошибками (Mean Errors, сокр. ME).

⁵⁹ Средние процентные ошибки (СПО/ Mean Percentage Error, сокр. MPE) оказываются очень малыми (худшее значение не превышает одной четвертой процента), поэтому ни один из рассматриваемых здесь методов не может быть классифицирован категорически как явно переоценивающий или недооценивающий [41].

экономические, такой переход может быть внезапным, т.е. резким (рис. 18, области 2 и 4), но зачастую он происходит постепенно в течение нескольких периодов наблюдения (области 1, 3 и 4 на том же рисунке). Ситуация, при которой используемые прогнозные модели обеспечивают практически нулевой остаток в каждый из рассматриваемых моментов времени, выглядит абсолютно нереальной. Если не удастся добиться совпадения прогнозируемых значений и реальных исторических данных, то вполне естественным выглядит стремление аналитиков и экспертов достичь (при правильном выборе соответствующих методов) как можно меньших отклонений при общем хорошем приближении. С этой точки зрения, области перехода вполне обоснованно могут считаться зонами потенциальной нестабильности прогноза из-за наличия возможных резко выделяющихся значений (выбросов).

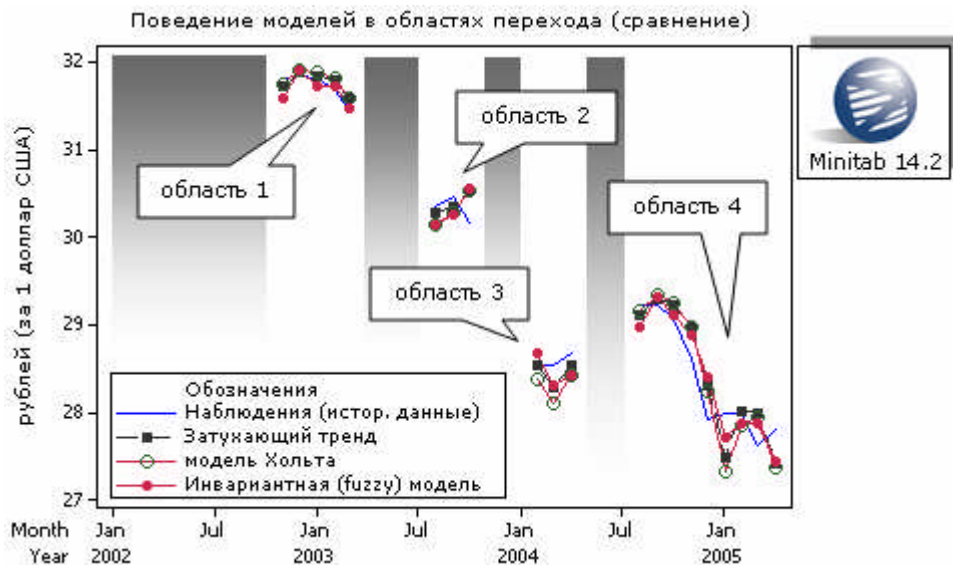


Рис. 18. Графическое представление поведения трех моделей (затухающего тренда, Хольта и СНВР) в так называемых областях 1-4 перехода (расчетные значения программ DecisionTime 1.1/SPSS и МАТЛАВ 6.5).

Результаты рассчитанных статистик, показанные в таблице 3, позволяют говорить о том, что в области 1 достаточно плавное изменение обменного курса USD/RUB было незначительно перепрогнозировано всеми задействованными моделями; среднее значение ошибки находилось в пределах $8.59 \div 9.33$ копейки за 1 месяц. Область 2 охватывала всего несколько наблюдений, приходящихся на период окончания плавного локального удешевления американской валюты по отношению к рублю и последовавших непосредственно за этим ее подъемом и резким падением, которое продолжилось в течение нескольких периодов уже за пределами данной области. Такая ситуация не замедлила сказаться на расчетных значениях, т.е. методы повели себя действительно по-разному, и диапазон $18.52 \div 27.02$ средних ошибок прогнозирования увеличился по сравнению с предыдущим случаем (область 1) более, чем в 11 раз (!). Самой нестабильной оказалась область 4, но именно здесь очень хорошо зарекомендовала себя инвариантная по времени (СНВР, *fuzzy*) модель – средняя значение абсолютной ошибки за 9 месяцев 2004 и 2005 годов находилась на уровне 11 копеек при незначительном перепрогнозировании и низкой изменчивости погрешности вычислений.

Таблица 3. Расчетные значения смещений прогнозов для 5-ти рассмотренных моделей (данные MS Excel 2002).

Области перехода	САПО	САО	СКО	СПО
--- область 1 (ноябрь 2002 – март 2003 года)				
ARIMA(1,1,0)	0.271 %	0.0859	0.0094	-0.176%
Линейный метод Хольта	0.294 %	0.0933	0.01	-0.234%
Инвариантная по времени (СНВР) модель	1.228 %	0.0885	0.0123	-0.02 %
Модель затухающего тренда (МЗТ)	0.272 %	0.0859	0.0094	-0.176%
--- область 2 (август – октябрь 2003 года)				
ARIMA(1,1,0)	0.613 %	0.1854	0.0515	-0.2%
Линейный метод Хольта	0.294 %	0.2459	0.067	0.016%
Инвариантная по времени (СНВР) модель	0.892 %	0.2702	0.0811	0.016%
Модель затухающего тренда (МЗТ)	0.612 %	0.1852	0.0518	-0.2%
--- область 3 (февраль – апрель 2004 года)				
ARIMA(1,1,0)	0.477 %	0.1365	0.0265	0.415 %
Линейный метод Хольта	0.959 %	0.274	0.09	0.959%
Инвариантная по времени (СНВР) модель	0.749 %	0.2142	0.047	0.35 %
Модель затухающего тренда (МЗТ)	0.478 %	0.1366	0.0264	0.413 %
--- область 4 (август 2004 – апрель 2005 года)				
ARIMA(1,1,0)	0.953 %	0.2683	0.0984	-0.164%
Линейный метод Хольта	1.048 %	0.2949	0.119	-0.002%
Инвариантная по времени (СНВР) модель	0.855 %	0.111	0.0762	-0.0672 %
Модель затухающего тренда (МЗТ)	0.953 %	0.2682	0.0983	-0.165%

За исключением стационарной (СНВР) модели, все остальные использованные в таблицах 1-3 методы относятся к категории тех *классических количественных* (или, математических) подходов, которые экстраполируют имеющиеся данные на будущие временные интервалы. При этом, основной акцент делается на распознавании присутствующих в исследуемых временных рядах шаблонов (тренд, сезонная составляющая) без какого-либо реального учета внешних влияний и событий (причинных факторов)⁶⁰, которые преимущественно и определяют доминирующую динамику происходящих процессов в бизнесе, на валютном рынке, в экономике, и т.п. [5]. Выявление таких ключевых факторов, оказывающих прямое или косвенное влияние на исследуемое явление с целью построения приемлемо полной причинно-следственной модели, естественным образом требует проведения активных консультаций с экспертами. В результате, представляется вполне закономерным пытаться целенаправленно использовать при моделировании получаемые от них заключения в условиях, когда

1. объем потенциально полезной доступной, но зачастую гетерогенной, информации оказывается очень большим, и рабочая группа экспертов обладает достаточными навыками и опытом определения, систематизации и представления в (понятной) компактной форме ожида-

⁶⁰ Некоторые программы (например, DecisionTime 1.1) при построении прогнозов позволяют учитывать проявления внешних по отношению к рассматриваемому процессу влияний, называемых интервенциями (*interventions*) и событиями (*events*), которые оказывали воздействие на характер наблюдаемых изменений в прошлом и имеют шансы на повторение в будущем. Форма представления и возможности применения таких существенных факторов моделирования в рамках каждого конкретного (нового или хорошо известного метода) могут ощутимо повлиять на точность расчетных значений на фоне более реалистичного описания особенностей развития исследуемого ряда.

емых тенденций наиболее вероятного развития наблюдаемого явления в ближайшей и более отдаленной перспективе,

2. имеется реальная возможность разработки и совершенствования подходов (в частности, тех, которые используют аппарат теории нечетких множеств), позволяющих задействовать достаточно простое формализованное представление квалифицированных экспертных заключений в количественных моделях, которые предусматривают более тесное совместное применение субъективных (оценочных) и математических методов как двух основных категорий существующих прогнозных подходов. Стремление к подобной интеграции⁶¹ лишь раз подчеркивает особую роль релевантной информации (знания конкретных фактов и предметной области в целом) как основополагающего фактора, влияющего на точность прогнозирования [34].

3.4 Результаты моделирования: выбор метода для прогнозирования дифференцированного ряда ∇X

Как следует из таблицы 1, ARIMA(p,1,q) определяет порядок дифференцирования (средний параметр $d=1$), который необходим для достижения стационарности рассматриваемого процесса X,

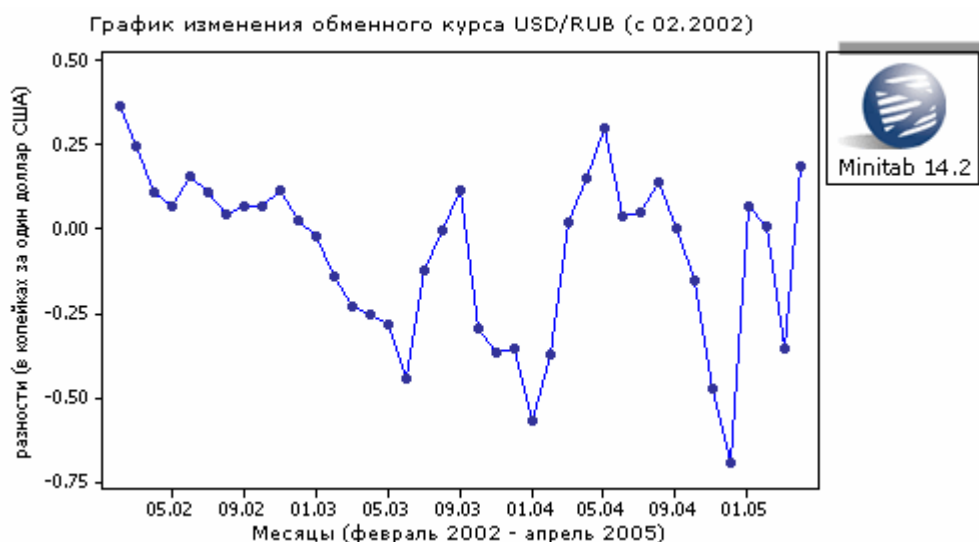


Рис. 19. Временной график (*time plot*) дифференцированного ряда ∇X (приращения курса USD/RUB с февраля 2002 по апрель 2005 года (39 месяцев)).

⁶¹ В данном случае речь идет не просто о комбинировании прогнозов или их корректировке, осуществляемыми уже после применения той или иной систематической процедуры анализа и обработки исторических наблюдений (числовых величин). Как справедливо отмечено в [7,41], практически полностью автоматическое манипулирование данными для получения интересующего специалистов прогноза оправдывает себя, когда подобные расчеты охватывают лишь недалекое будущее – например, модели экспоненциального сглаживания (ЭС) оказываются наиболее полезными и точными в случае прогнозирования «на один период (временной интервал) вперед»; если же речь идет о проработке долгосрочного прогноза, то «подобным методам доверять нельзя». Одновременно, говоря об интеграции различных моделей, следует отметить важное заключение, подтвержденное в результате проведенных практических исследований в рамках М-соревнований [12,19], а именно: «точность, обеспечиваемая комбинацией различных методов, оказывается, в среднем, выше по сравнению с точностью отдельных интегрируемых моделей». Этот тезис оказывается весьма хорошим стимулом для продолжения работ по разработке новых и модификации существующих подходов в качестве как самостоятельно применяемых методик прогнозирования, так и потенциальных кандидатов для использования в последующем процессе комбинирования.

т.е. вычисление разности между смежными наблюдениями $X_t - X_{t-1}$ для всех значений времени $t = 2, \dots, N$, приводит к получению нового дифференцированного ряда ∇X (или, $W(t)$), временной график которого показан на рис.19.

Автоматический анализ $W(t)$, выполняемый программой Forecast Pro Standard (версия 4.3.1), предусматривает в качестве одного из этапов разложение (декомпозицию) исследуемой последовательности числовых величин на составляющие ее компоненты и определение степени влияния каждой из них на описываемый процесс в целом (Рис. 20); в данном случае программно выявляется аддитивное представление ряда $\nabla X = T_t + S_t + I_t$ посредством наблюдаемого тренда T (вместе с элементами цикличности), сезонности S и нерегулярных (случайных) флуктуаций I [29,41]. В результате, рекомендуемой к применению моделью является ARIMA(0,0,1), или наиболее часто используемый в эконометрике метод скользящего среднего первого порядка MA(1)⁶², обеспечивающий прогнозное значение на один шаг вперед на уровне +0.18 (реальное усредненное увеличение обменного курса⁶³ за май 2005 года составило 0.1384 рубля). Одновременно, ограничение круга выбора модели(-лей) лишь группой методов экспоненциального сглаживания приводит к тому, что Forecast Pro отдает предпочтение простому (однократному) ЭС (см. Таблицу 4). Эти же модели оказываются в числе лидеров списка подходов, предлагаемых для применения программой DecisionPro Professional (версия 4.1), которая, среди других методов, выбирает также гиперболическую кривую $-0.1364 + 0.6319/t$ (отрицательный прогноз равен -0.12, Рис. 21), модифицированную модель угасающего тренда (патентованная методика компании Vanguard Software Corp., предусматривающая выполнение, в числе прочих, процедур подавления выбросов и корректирования сезонности) и случайное (*random*) сглаживание данных, использующее среднее значение предшествующих наблюдений $\nabla X_2, \dots, \nabla X_{t-1}$ для вычисления очередного $\nabla \hat{X}_t$ (для $t=41$ эта величина составляет приблизительно -0.068). Модели простого экспоненциального сглаживания (ПЭС) отдает предпочтение и СВ Predictor 1.6 (Crystal Ball 7.2) – из всех поддерживаемых этой программой методов именно ПЭС обеспечивает минимальное значение среднеквадратической погрешности (СКО) ($\nabla \hat{X}_{41} = +0.0747$).

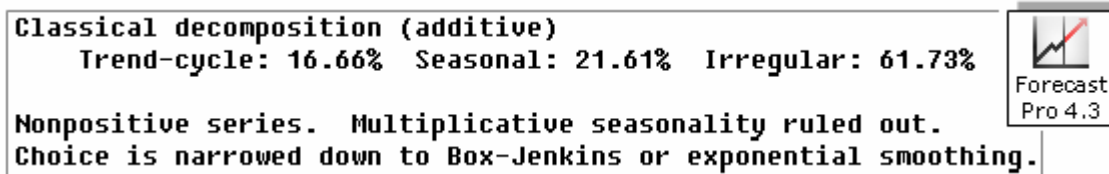


Рис. 20. Фрагмент контрольного журнала (отчета), подготовленного программой Forecast Pro Standard (версия 4.3.1) по результатам анализа дифференцированного ряда $W(t)$ – выбор модели сводится к группам Бокса-Дженкинса или ЭС.

Таблица 4. Расчетные значения прогноза изменений обменного курса USD/RUB (май 2005 года) и оценки качества прогнозирования (39 наблюдений), полученные с использованием Forecast Pro, СВ Predictor, DecisionPro и МАТЛАВ 6.5.

Метод	Прогноз * изменения на 05.2005	САПО (x100 %)	САО	СКО	Источник
ARIMA(0,0,1)	+0.18	2.432	0.161	0.039	Forecast Pro 4.3.1
Простое экспоненц. сглаживание	+0.072	4.29	0.17	0.049	Forecast Pro 4.3.1

⁶² Эта модель часто отождествляется с так называемым «наивным» подходом к прогнозированию, использующим последнее наблюдение в качестве следующего рассчитываемого значения ряда [36].

⁶³ Имеется в виду укрепление американской валюты по отношению к рублю РФ.

Простое экспоненц. сглаживание	+0.0747	4.377	0.174	0.051	CB Predictor 1.6
Линейная модель Хольта	+0.0742	4.489	0.175	0.052	CB Predictor 1.6
СНВП (fuzzy) **	+0.487	0.006	0.17	0.043	(MATLAB 6.5/Excel)
Скользящего среднего (период=2)	-0.085	5.961	0.194	0.059	CB Predictor
Скользящего среднего (период=2)	-0.085	5.983	0.187	0.057	DecisionPro 4.1 **
Случайное (random) сглаживание	-0.0675	2.117	0.205	0.065	DecisionPro 4.1 **

* средневзвешенный курс за апрель 2005 года составил 27.813 рубля за один доллар США; к маю этого же года он достиг уровня 27.9514 руб. за единицу американской валюты, т.е. реальное изменение (укрепление доллара) в абсолютных единицах составило 0.1384.

** расчеты соответствующих оценок ошибок (САПО/САО/СКО) выполнены с использованием MS Excel 2002 и скриптов MATLAB 6.5 (ячейки таблицы, выделенные затемнением). СНВП-модель изначально использовала не реальные котировки, а ежемесячные приращения (положительные/отрицательные изменения), позволяющие уменьшить длину универсума U , что в результате приводит к увеличению точности 'классификации' (т.е. определения принадлежности заданным нечетким множествам) данных.

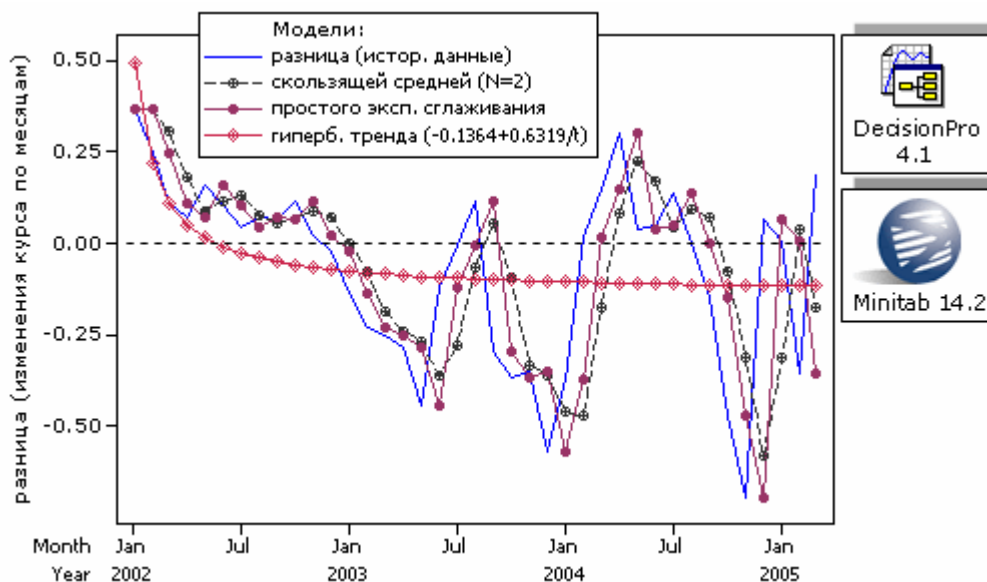


Рис. 21. Графическое представление результатов прогнозирования (модели скользящего среднего (период=2), ПЭС и гиперболического тренда) ряда ∇X с использованием программы DecisionPro 4.1 (Vanguard Software Corp.).

Полученные с помощью СНВП-метода значения $\nabla \hat{X}_t$ прогнозируемых разностей (приращений) (Рис. 22) демонстрируют определенную нестабильность приближения исторических данных ряда $W(t)$ преимущественно в первой трети и в средней части временной оси t ($t = \overline{2, 40}$). Результаты моделирования в среде DecisionPro 4.1 (Рис. 21), которые, за исключением модели гиперболического тренда, характеризуются выраженным плавающим смещением прогнозного графика вправо на один период времени по отношению к исходной последовательности ∇X , что является отражением специфики реализуемых подходов. В то же время, поведение *fuzzy*-модели выглядит несколько иным, т.е. она «пытается» отслеживать (при наблюдаемых разновеликих погрешностях) все проявления нерегулярных положительных и отрицательных реальных изменений, обеспечивая, в целом, неплохие выходные данные. Как уже отмечалось выше, крайне чувствительным фактором реализации СНВП-метода является разбиение универсума U и определение на его элементах (подинтервалах) нечетких множеств A_i , $i = \overline{1, n}$ – в конечном итоге, именно эти

действия имеют решающее влияние на точность выполняемых расчетов⁶⁴, по сути, в полностью автоматическом режиме. Исследования, проведенные К. Хуарнгом (К. Huarnг) и его коллегами в Технологическом Университете Чаойанг (Тайвань), эмпирически продемонстрировали потен-

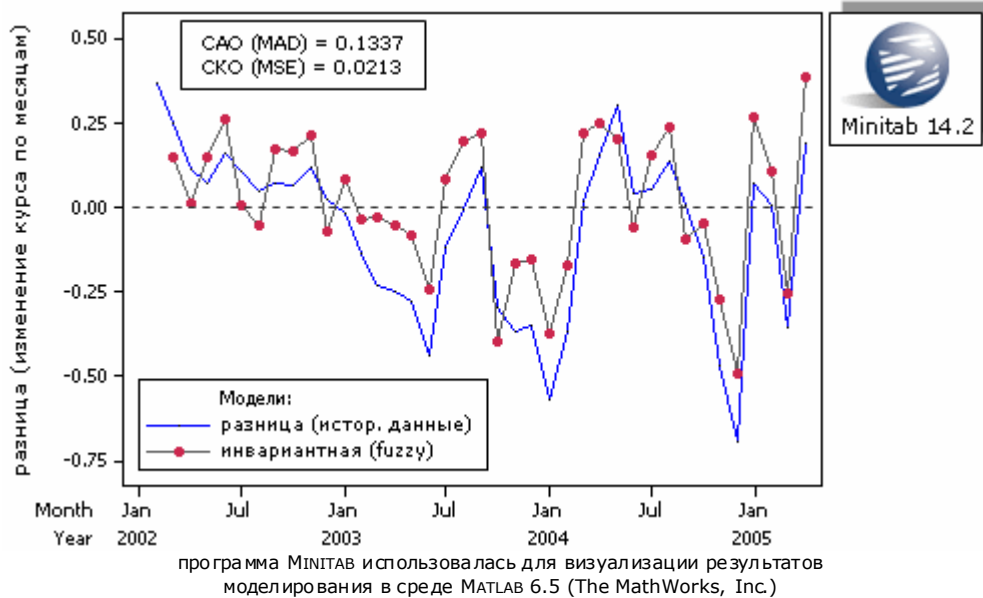


Рис. 22. Графическое представление прогнозируемых значений разностей (приращений), рассчитанных с использованием СНВР-модели (1) для случая шести нечетких множеств.

циальную целесообразность определения эффективной длины интервалов $u_i \in U$ для задействованной последовательности исходных данных посредством, например, учета распределения первых разностей⁶⁵ $|X_{t+1} - X_t|$, $t = 1, N - 1$, или, отношений (*ratios*) между ними⁶⁶.

4 Заключение

В статье рассмотрены некоторые аспекты практического применения программ для выполнения автоматического расчета прогнозов (ПАРП) – в ряде публикаций они также позиционируются как *экспертные пакеты* или *специализированные системы прогнозирования* (ССП), поскольку на них возлагается значительный объем рутинной работы по анализу совокупностей исходных данных, выбору и настройке параметров моделей, подготовке квазиоптимальных списков рекомендуемых для применения методов и обобщающих отчетов о проделанной работе. Основная часть изложенного здесь материала посвящена подробному обсуждению и сравнению ре-

⁶⁴ Их основу составляет систематическая процедура формирования нечетких отношений, которые непосредственно определяют (после дефаззификации вычисляемых нечетких множеств – см. левую часть (1)) внешний вид графика, аналогичный тому, который показан на рисунке 22.

⁶⁵ Его статья «Эффективные длины интервалов для улучшения (совершенствования) прогнозирования в нечетких временных рядах» появилась в журнале *Fuzzy Sets and Systems* (vol. 123, no. 3) в 2001 году.

⁶⁶ Статья К. Хуарнга, написанная совместно с Т. Х.-К. Юю (Университет Фенг Чиа) «Ratio-Based Lengths of Intervals to Improve Fuzzy Time Series Forecasting» появится в апрельском (no. 2) номере журнала *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, vol. 36, 2006. Кроме этого, в работе «A Dynamic Approach to Adjusting Lengths of Intervals in Fuzzy Time Series Forecasting», опубликованной в журнале *Intelligent Data Analysis* (vol. 8, no. 1, 2004), эти же авторы предлагают процедуру динамической настройки длин интервалов, непосредственно влияющую на более выверенный расчет нечетких отношений.

зультатов краткосрочного прогнозирования (на один временной период) котировок USD/RUB с использованием некоторых известных ПАРП и предложенного стационарного метода, основанного на нечетких временных рядах (НВР). Безусловно, на основании лишь одного частного примера и весьма короткой входной последовательности наблюдений X, невозможно прийти к четко обоснованным заключениям, но, по крайней мере, в рассмотренном случае эффективность СНВР-модели (1) можно определенно признать удовлетворительной.

Главный вывод, который можно сделать на основании проведенного моделирования, состоит в том, что сравнительно новые и «нестандартные» (с точки зрения сегодняшней принятой практики) подходы, после возможных модификаций и более детальной проработки, имеют все шансы составить группу⁶⁷ действительно открытых для понимания, устойчивых, достаточно легко настраиваемых (т.е. гибких) и приемлемо сложных с вычислительной точки зрения методов прогнозирования – прежде всего, речь идет об уже упоминавшихся выше стационарных и нестационарных НВР-моделях, а также о применении эвристик, представляющих квалифицированные заключения (мнения) экспертов.

Литература:

- [1] Brocklebank, J., Dickey, D. : SAS for Forecasting Time Series, SAS Press, 2003, 420 p.
- [2] Brooks, C. : Introductory Econometrics for Finance, Cambridge University Press, 2002, 728 p.
- [3] CB Predictor 1.6 User Manual (Crystal Ball 7.2), Decisioneering, Inc., 1988-2004, 177 p.
- [4] Chatfield, C. : The Analysis of Time Series: An Introduction (Texts in Statist. Science), 6th ed., CRC Press, 2004, 334 p.
- [5] Choosing the Right Forecasting Technique, The Decision Makers' Direct (DecisionCraft Analytics, Inc.), December 2005 (интернет-ресурс: <http://www.decisioncraft.com/dmdirect/forecastingtechnique.htm>).
- [6] Complete End-to-End Analysis with SPSS 11.0 (The end-to-end analytical process: A standard for improved results), Technical Report, SPSS Inc., 2001, 34 p. (интернет-ресурс: <ftp://kiftp1.spss.com/pub/web/wp/CETEAWP-0302.pdf>).
- [7] DecisionTime (Release 1.1) – Help Topics (программная подсказка), SPSS Inc., 1999-2000.
- [8] DeLurgio, S.A. : Forecasting Principles and Applications, Irwin McGraw-Hill, 1998, 802 p.
- [9] Derocher, R.J. : Crystal Ball Logic, INSIGHT (ICPAS), 2001 (интернет-версия: <http://www.insight-mag.com/insight/01/12-01/Column-Index.htm>).
- [10] Dhuyvetter, R. : Managerial Judgment: Best As an Input to the Statistical Forecasting Process // *FORESIGHT (The International Journal of Applied Forecasting)*, no. 2, 2005, pp. 24-26.
- [11] Engineering Statistics Handbook (NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods), National Institute of Standards and Technology, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>.
- [12] Fildes, R., Hibon, M., Makridakis, S.G., Meade, N. : Generalizing About Univariate Forecasting Methods: Further Empirical Evidence // *International Journal of Forecasting*, vol. 14, no. 3, 1998, pp. 339-358.
- [13] Forex (Международный валютный рынок для начинающих, материалы ДЦ «Калита») (интернет-ресурс: <http://fxtrade.vlz.ru/begin.htm>).
- [14] Goodrich, R.L. : The Forecast Pro Methodology // *International Journal of Forecasting*, vol. 16, no. 4, 2000, pp. 533-535.
- [15] Griffiths, W.E., Carter Hill, R., Judge, G. : Learning and Practicing Econometrics, John Wiley & Sons, 1993, 866 p.
- [16] Groebner, D.F., Shannon, P.W., Fry, P.C., Smith, K.D. : Business Statistics. A Decision-Making Approach, 6th ed., Pearson Prentice Hall, 2005, 808 p.
- [17] Huarng, K. : Heuristic Models of Fuzzy Time Series for Forecasting // *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 123, no. 3, 2001, pp. 369-386.
- [18] Hwang, R.-J., Chen, S.-M., Lee, C.-H. : Handling Forecasting Problems using Fuzzy Time Series // *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 100, no. 1-3 (объединенный том), 1998, pp. 217-228.
- [19] Makridakis, S.G., Andersen, A., Carbone, R., et al. : The Accuracy of Extrapolation (Time Series) Methods: Results of a Forecasting Competition // *Journal of Forecasting*, vol. 1, 1982, pp. 111-153.

⁶⁷ Нелишне здесь будет отметить существенный потенциал нечетких множеств второго типа (*Type-2 fuzzy sets*), методов выявления (*elicitation*) и агрегирования (*aggregation*) оценок экспертов, которые, безусловно, должны быть также задействованы в последующих работах в этой области.

- [20] Makridakis, S.G., Hibon, M. : The M3-Competition: Results, Conclusions and Implications // *International Journal of Forecasting*, vol. 16, no. 4, 2000, pp. 451-476.
- [21] Menascé, D.A., Almeida, V.A.F. : Scaling for E-Business, Prentice Hall PTR, 2000, 462 p.
- [22] Mendenhall, W., Reinmuth, J.E., Beaver, R.J. : Statistics for Management and Economics, Duxbury Press (Wadsworth), 1993, 1062 p.
- [23] MINITAB Help (электронная документация), release 14, Minitab Inc., 2005.
- [24] Nelson, H.L., Granger, C.W.J. : Experience with using the Box-Cox transformation when forecasting economic time series // *Journal of Econometrics*, no. 10, 1979, pp. 57-69.
- [25] Newbold, P., Bos, T. : Introductory Business and Economic Forecasting, 2nd ed., South West Publ., 1994, 582 p.
- [26] Sanders, N.R., Manrodt, K.B. : Forecasting Software in Practice: Use, Satisfaction, and Performance, *Interfaces (INFORMS)*, vol. 33, no. 5, 2003, pp. 90-93.
- [27] Song, Q., Chissom, B.S. : Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series – Part I // *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 54, no. 1, 1993, pp. 1-9.
- [28] Song, Q., Chissom, B.S. : Fuzzy Time Series and Its Models // *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 54, no. 3, 1993, pp. 269-277.
- [29] Stellwagen, E.A., Goodrich, R.L. : Forecast Pro 4.0 Manual, Business Forecast Systems, Inc., 2000, 237 p.
- [30] Şah, M., Degtiarev, K. : A New Trend Heuristic Time-Variant Fuzzy Time Series Method for Forecasting Enrollments // *Lecture Notes in Computer Science (LNCS – ISCIS'05)*, vol. 3733, 2005, pp. 553-564.
- [31] Tashman, L.J., Leach, M.L. : Automatic Forecasting Software: A Survey and Evaluation // *International Journal of Forecasting*, vol. 7, no. 2, 1991, pp. 209-230 (интернет-версия: <http://www.forecastingeducation.com/archive/1991/survey-eval.htm>).
- [32] Tashman, L.J., Hoover, J. : Diffusion of Forecasting Principles Through Software, in 'Principles of Forecasting (Handbook for Researchers and Practitioners, ed. J.S. Armstrong, Springer Science+Business Media B.V., 2001, pp. 651-676.
- [33] Time Series Documentation (User's Guide to Time Series), Wolfram Research, Inc., 1995-2006 (интернет-ресурс: <http://documents.wolfram.com/applications/timeseries/index2.html>).
- [34] Webby, R., O'Connor, M., Lawrence, M. : Judgemental Time-Series Forecasting using Domain Knowledge, in 'Principles of Forecasting (Handbook for Researchers and Practitioners, ed. J.S. Armstrong, Springer Science+Business Media B.V., 2001, pp. 389-403.
- [35] Worthen, B. : Future Results Not Guaranteed // *CIO Magazine (CXO Media, Inc.)*, #14 (Июль), 2003 (интернет-версия: <http://www.cio.com/archive/071503/index.html>); комментарии к статье (A. Jain).
- [36] Yaffee, R., McGee, M. : Introduction to Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS, Academic Press, 2000, 528 p.
- [37] Yurkiewicz, J. : Forecasting: Predicting Your Needs // *OR/MS Today (Institute for Operations Research and the Management Sciences)*, 2004 (интернет-версия: <http://www.lionhrtpub.com/orms/surveys/FSS/fss-fr.html>).
- [38] Zadeh, L.A. : Fuzzy Sets // *Information and Control*, no. 8, 1965, pp. 338-353.
- [39] Дегтярев, К., Шах, М. : Прогнозирование валютных котировок с использованием модифицированного стационарного метода, основанного на нечетких временных рядах (НВР). РИНКЦЭ/ЕМУ (неопубл.), 2005, 12 с.
- [40] Теханализ. Эконацбанк (2001-2005) (интернет-ресурс: http://www.enb-invest.ru/6_Likbez_TA.htm).
- [41] Ханк, Д.Э., Уичерн, Д.У., Райтс, А.Д. : Бизнес-прогнозирование, 7-е изд., пер. с англ., Издательский дом «Вильямс», 2003, 656 с.
- [42] Центр Статистических Исследований. ЭВРИСТА®: Экспериментальные Временные Ряды. Интерактивный статистический анализ, 2001 (интернет-ресурс: <http://www.riskcontrol.ru/epurpose.html>).

В основном тексте статьи использованы названия программных продуктов, которые являются зарегистрированными торговыми марками (trademarks) соответствующих производителей:

- MATLAB является зарегистрированной торговой маркой компании The MathWorks, Inc.
- DecisionPro является зарегистрированной торговой маркой компании Vanguard Software Corporation
- Forecast Pro является зарегистрированной торговой маркой компании Business Forecast Systems, Inc.
- MINITAB является зарегистрированной торговой маркой компании Minitab Inc.
- Crystal Ball и CB Predictor являются зарегистрированными торговыми марками компании Decisioneering, Inc.
- SPSS и DecisionTime являются зарегистрированной торговой маркой компании SPSS, Inc.
- Excel является зарегистрированной торговой маркой компании Microsoft Corporation.